FACULDADE DE CIÊNCIAS
UNIVERSIDADE DO PORTO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Projecto Faraday

Texto do 10º ano

Departamento de Física
Faculdade de Ciências, Universidade do Porto
Fundação Calouste Gulbenkian

Ficha Técnica

Projecto Faraday

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

Financiamento

Fundação Calouste Gulbenkian.

Execução

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Escolas Participantes

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

Coordenação

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

Portal

URL: `http://www.fc.up.pt/faraday`

Texto do 10º Ano

Redactor Principal

J. M. B. Lopes dos Santos

Colaboração e revisão

- Elisa Arieiro
- Carlos M. Carvalho
- Manuel Joaquim Marques

Prefácio

Caro aluno(a):

Ao preparar estes materiais, fomos guiados por um objectivo modesto: mudar a tua visão do mundo.

Não a maneira como te relacionas com outras pessoas, ou as tuas convicções religiosas, sociais ou políticas, ou sequer a tua postura pessoal.

Não é disso que trata a Física. Trata, sim, do funcionamento do mundo que te rodeia, daquilo que vês, ouves e sentes, dos objectos e instrumentos que utilizas, e, sobretudo, de muito que está por trás, e explica, o mundo que experimentamos. É que este mundo físico é muito diferente do que parece à primeira vista.

O que queremos com este projecto é que experimentes um pouco dos métodos e atitudes que nos permitiram compreender e perceber uma variedade imensa de fenómenos, em termos de um conjunto muito reduzido de princípios e leis.

Compreender e perceber, não decorar e executar tarefas sem sentido para ti. Esperamos que, com estes materiais e com as aulas que os teus professores prepararam, te encontres, muitas vezes, perplexo, a pensar sobre o que observaste e mediste. Porque, ao fim e ao cabo, esse é o trabalho mais importante e mais eficiente que podes fazer nesta disciplina.

Os autores

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Parte I

Energia e Movimento

Capítulo 1

Energia

1.1 A ciência e o dia-a-dia

Alguma vez nos interrogámos porque é que Ciência, e a Física em particular, tem tantos conceitos e ideias estranhas e difíceis de compreender? Por que é que, mesmo quando usa palavras comuns, como força, energia, ou trabalho, elas parecem significar uma coisa muito diferente do que significam no dia-a-dia?

O mundo apresenta-se-nos com uma riqueza e variedade de fenómenos esmagadoras. A Física, descobriu ao longo dos últimos 300 anos—Galileu e Newton são considerados os seus fundadores—que é possível uma compreensão unificada desses fenómenos, em termos de um conjunto reduzido de leis. Essa compreensão está manifesta na capacidade que a Humanidade adquiriu de intervir na Natureza e a modificar profundamente, quer para seu proveito e benefício quer para seu prejuízo.

Mas houve um preço a pagar por essa compreensão. As referidas leis dizem respeito a entidades e objectos tão pequenos, a acontecimentos tão rápidos, que não são acessíveis à nossa percepção imediata. Por isso, os extraordinários fenómenos desencadeados por um gesto tão simples como ligar um interruptor, por exemplo, (ver a caixa 1.1 da página 18) passam totalmente fora da nossa consciência.

As ideias e conceitos da Física vão, pois, muito para além da nossa experiência quotidiana; temos que estar preparados para surpresas. Não é possível compreender a Física apenas a partir de ideias e conceitos da nossa experiência de todos os dias. Mas, como veremos, *só é possível compreender e fazer sentido da nossa experiência a partir das ideias e conceitos da Física.*

■ X acendeu a luz ■

X acordou num quarto em plena escuridão. Seguiu a sua rotina diária desencadeando, sem o saber, uma sequência de acontecimentos extraordinários.
O seu primeiro acto foi o de acender a luz do candeeiro de cabeceira. Ao fechar o interruptor dois fios de cobre tocaram-se. Imediatamente o movimento desordenado de um número incontável de electrões se modificou (incontável para qualquer um não apenas para o sonolento X), passando a ter sobreposta uma oscilação de 50 vezes por segundo.
Esse movimento decorria com facilidade em todo o fio de cobre. Mas este estava interrompido por um pequeno filamento de tungsténio onde os electrões colidiam com muito maior frequência com átomos a quem cediam energia. O movimento dos electrões persistia, no entanto, a agitação aumentava até que a emissão de radiação compensava a energia que os átomos do fio de tungsténio recebiam dos electrões e o quarto se enchia de luz.
A luz vinda do filamento, quase instantaneamente, pôs em movimento outros electrões, no *abat-jour* do candeeiro, nas paredes, no tecto, nas portas dos armários, nas roupas da cama. Estes voltaram a emitir radiação que agora preenchia o quarto vinda de todas as direcções (embora com maior intensidade do filamento de tungsténio).
X não notou nada disto. Estes acontecimentos extraordinários passaram-se tão depressa que para ele nenhum tempo passou desde que fechou o interruptor até que o número de partículas de luz que atingiam a sua retina, aumentou subitamente, vindas já de todo o lado. O resultado foi um conjunto ainda mais complexo de reacções químicas e físicas que terminaram (ninguém sabe como) no pensamento de X: "tenho que mudar esta lâmpada: tem uma luz demasiado forte!"

Caixa 1.1: O que acontece ao ligar um interruptor.

1.2 Consumo de Energia

Um dos conceitos mais importantes da Física é o de energia. Também aqui vemos um caso de um vocábulo comum, que adquire uma dimensão muito diferente quando usado no contexto científico.

Figura 1.1: Sala de geradores da Central da Barragem de Hoover, no Colorado [8].

Se pedirmos a alguém que diga a primeira palavra que lhe vem à cabeça a propósito de **energia**, ouviremos com frequência: **consumo**. A energia gasta-se! Vejamos por exemplo de onde vem a energia gasta no candeeiro da história da Caixa 1.1.

Os fios de cobre do candeeiro referido na história estão ligados a outros que vêm da rua. Seguindo-os, encontramos grandes bobinas de fio enrolados à volta de massas de ferro; enrolado à volta da mesma massa de ferro está mais fio de cobre noutras bobinas.

Seguindo estes fios poderemos chegar a uma central eléctrica onde, mais uma vez, encontramos gigantescas bobinas de fio de cobre dentro de geradores, quase do tamanho de uma pequena casa (Fig. 1.1). No seu interior um conjunto de magnetos (ímanes) é posto em movimento por torrentes de água que descem do topo da barragem numa queda de centenas de metros até às pás de uma turbina ligada aos magnetos; o movimento desses magnetos é que movimenta os electrões nos enrolamentos de cobre e, em última análise, permite a X, e a muitos milhões de outras pessoas, encontrar o caminho no seu quarto iluminado.

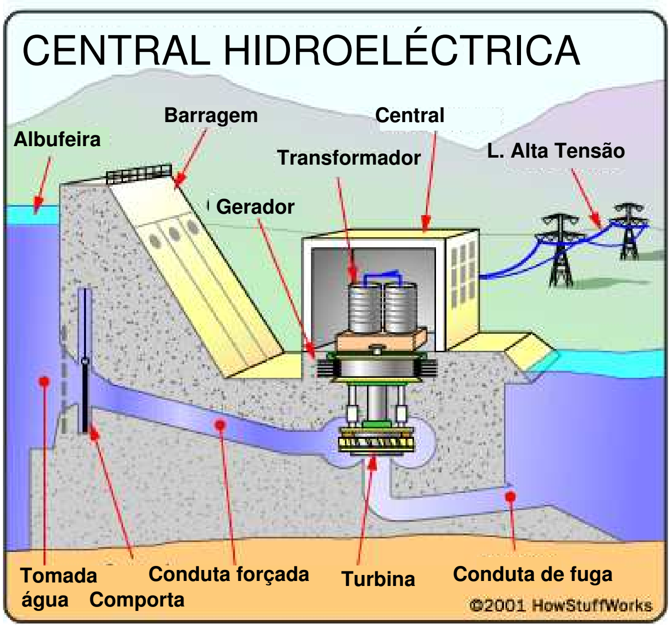


Figura 1.2: Esquema de um aproveitamento hidroeléctrico (adaptado de [8]).

1.2.1 Consumos em Portugal e no Mundo

Os gestos de pessoas como X são repetidos todos os dias. As actividades humanas estão dependentes de fontes de energia. É interessante reflectir um pouco nos números de consumo energético a vários níveis. É uma boa oportunidade para recordar os conceitos de potência e as respectivas unidades.

▷ Actividade 1.1

Em casa

Os electrodomésticos indicam entre as suas características a respectiva *potência*, isto é, a energia consumida por unidade de tempo, quando ligados à rede eléctrica. A unidade SI de potência é o `watt`.

Consideremos a seguinte lista de consumos típicos de uma casa:

- iluminação, de potência total 300 W, 4 horas por dia;
- fogão eléctrico, 2 kW, 1 hora por dia;
- televisão, 400 W, 4 horas por dia;

- máquinas de lavar, 1 kW, 3 horas por dia;
- outros electrodomésticos (torradeiras, varinhas mágicas), 200 W, 1 hora por dia;
- aquecimentos, 2 kW, 2 horas por dia.

O consumo diário correspondente é cerca de 12 kWh, ou seja 360 kWh em cada mês.

▷ Actividade 1.2

No País

A energia eléctrica é fornecida aos consumidores a partir da rede eléctrica nacional, gerida por um empresa com o mesmo nome (REN) do grupo EDP. No *website* desta empresa é possível obter informações sobre os consumos nacionais de energia eléctrica [10], algumas das quais estão resumidas na Caixa 1.2 da página 22.

A esta escala, a unidade corrente de potência é o *gigawatt*, GW, que corresponde a um milhão de kW. Quantidades de energia são referidas em *gigawatt-hora* (GWh). O consumo diário em Portugal, 121 GWh, é cerca de 10 milhões de vezes superior ao que estimámos para um lar comum.

Só para a produção de energia hidroeléctrica é necessário turbinar diariamente cerca de 300 milhões de toneladas de água. Nas centrais térmicas alimentadas a carvão, onde é produzida a maior parte da energia eléctrica consumida em Portugal (34% do total), são queimadas cerca de 16 mil toneladas de carvão *por dia.*

No Mundo

Segundo dados da Agência Internacional de Energia Atómica (IAEA) [2], são produzidos por dia em todo o mundo 41 *terawatts-hora* de energia eléctrica. Isto é, 41 mil milhões de kWh, quase 340 vezes mais do que em Portugal. Não é fácil imaginar as quantidades fabulosas de carvão, petróleo, gás natural, água turbinada, combustível nuclear, que todos os dias são consumidos, com inevitáveis impactes ambientais, para satisfazer esta insaciável fome de energia.

1.2.2 A energia gasta-se?

Afinal que acontece às prodigiosas quantidades de energia postas em jogo todos os dias? Não recuperamos os milhões de milhões de

■ Dados sobre consumo de energia eléctrica ■

Reúnem-se aqui alguns dados sobre consumos energéticos recolhidos da REN– Rede Eléctrica Nacional [10] e da IAEA– I*nternacional Atomic Energy Agency* [2]. São usadas as seguintes unidades:

- *gigawatt,* $1\,\texttt{GW} = 10^9\,\texttt{W}$;
- *kilowatt-hora,* $1\,\texttt{kWh} = 3,6 \times 10^6\,\texttt{J}$;
- *gigawatt-hora,* $1\,\texttt{GWh} = 10^6\,\texttt{kWh}$;
- *terawatt-hora*, $1\,\texttt{TWh} = 10^9\,\texttt{kWh}$.

Descrição	*Valores*	*Fonte*
Consumo mensal por habitação	$360\,\texttt{kWh}$	Estimada
Potência instalada em Portugal	$8,7\,\texttt{GW}$	REN
Consumo nacional diário	$121\,\texttt{GWh}$	REN
Produção hidroeléctrica diária	$21\,\texttt{GWh}$	REN
Produção em térmicas diária[a]	$84\,\texttt{GWh}$	REN
Produção diária, outras fontes	$16\,\texttt{GWh}$	REN
Consumo mundial diário	$41\,\texttt{TWh}$	IAEA

Um juízo sobre o significado destes consumos pode ser feito a partir dos seguintes dados:

- O volume de água turbinado em média, por **kWh**, é cerca de $15\,\mathrm{m}^3$ [11];
- o conteúdo energético do carvão é cerca de $6,1\,\texttt{kWh}$ por quilograma de carvão. Mas uma central térmica só consegue transformar em energia eléctrica cerca de 40% dessa energia, $2,4\,\texttt{kWh}\,\texttt{kg}^{-1}$.

[a] O combustível de uma térmica pode ser carvão, gás ou *fuel.*

Caixa 1.2: Alguns números sobre consumo de energia eléctrica.

toneladas de carvão, petróleo ou gás natural, usados todos os dias neste processo.

A radiação solar que incide na Terra encarrega-se de evaporar diariamente milhões de milhões de toneladas de água e de a transportar de novo para o cimo das montanhas. E isso é apenas uma fracção ínfima da energia total da radiação que chega à Terra.

Mas passado um dia, um mês, um ano, ou mesmo um século, a Terra não mudou assim tanto. Há tanta água no mar, na atmosfera ou nas montanhas como antes. As montanhas estão no mesmo sítio. É certo que se fizeram algumas casas, há mais carros, etc., mas as quantidades de energia postas em jogo nesses processos são quase patéticas à escala planetária. Basta ver o que pode acontecer a essas construções num modesto estremecimento da Terra.

Que está a acontecer a esta energia toda? Está a desaparecer, a deixar de existir? Gasta-se, um pouco como o dinheiro do nosso bolso? Ou vai para algum lado?

1.3 Conservação de Energia

Se pedirmos a um físico que diga a primeira palavra que lhe vem à cabeça a propósito de **energia**, responderá com grande probabilidade: **conservação**.

Em ciência o conceito de energia está intimamente associado ao de conservação. O que o Princípio de Conservação da Energia afirma, é que em *qualquer transformação na Natureza*, há uma quantidade cujo valor antes e depois da transformação não se altera—a energia. Esta ideia tornar-se-á, gradualmente, mais precisa e será sempre verdade que:

> *energia é uma quantidade que se conserva.*

Afinal, gasta-se ou conserva-se?

1.3.1 A descoberta do neutrino

A descoberta do neutrino é um excelente exemplo de aplicação do princípio de conservação de energia.

Certos núcleos instáveis emitem electrões no decaimento—decaimento tipo beta. Um exemplo é o isótopo de número de massa 210 do

Bismuto, ^{210}Bi. Ao decair transforma-se no isótopo 210 de Polónio, ^{210}Po, e emite um electrão. Pensava-se que o decaimento era:

$$^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\text{Po} + e^-$$

O electrão tem uma massa muito menor que a do núcleo e fica com quase toda a energia do decaimento; do mesmo modo que quando uma pistola dispara uma bala a energia fica (quase) toda na bala[1].

Ora, como os estados do núcleos antes (^{210}Bi) e depois (^{210}Po) do decaímento são sempre os mesmos, a energia com que os electrões são emitidos devia também ser a mesma, para todos os decaimentos de um dado isótopo. Mas não são; os electrões emitidos podem ter energias que variam continuamente desde 0 até um valor máximo (Fig. 1.3).

Esta dificuldade pode ser ilustrada por uma analogia. Um canhão de 20 toneladas dispara balas de 10 kg. É carregado sempre com munições idênticas. Mas de cada vez que dispara a velocidade dos projécteis é diferente. Os estados iniciais e finais do canhão não revelam quaisquer diferenças em cada disparo. As munições também não. Por que é que a velocidade de saída dos projécteis varia desde quase zero até uma velocidade máxima? Se as munições têm energia suficiente para disparar as balas com a velocidade máxima, o que acontece a essa energia quando saem mais lentas?

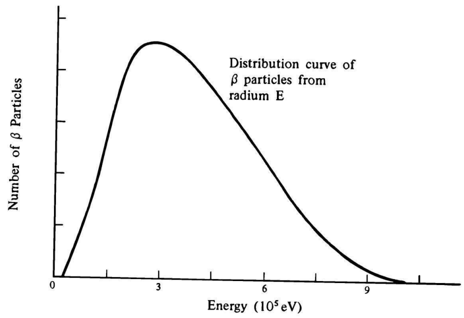


Figura 1.3: Um espectro de decaimento β do ^{210}Bi (à data conhecido por Rádio E). A energia do electrão emitido pode variar entre 0 e um valor máximo (1.05 `MeV`). Tirado de um dos artigos clássicos, C.D Ellis e W. A Wooster, Proc. R. Soc. (London) **A117** 109 (1927).

[1]Se a energia ficasse na pistola o disparo causaria mais danos em quem tinha a pistola, o que até nem era mau!

■ Unidades de energia ■

Os físicos e químicos usam, com frequência, unidades de energia diferentes do `joule,` em particular quando se referem a processos microscópicos que envolvem partículas elementares, núcleos, átomos e moléculas. Uma das mais usadas é o electrão-volt (`eV`) que vale

$$1\,\texttt{eV} = 1,6 \times 10^{-19}\,\texttt{J}.$$

A energia necessária para ionizar um átomo de hidrogénio no seu estado fundamental, nesta unidade, é de $13,6\,\texttt{eV}$. A energia necessária para destruir uma ligação química, na generalidade das moléculas, é da ordem de grandeza de $1\,\texttt{eV}$.
No caso dos núcleos, as energias típicas são da ordem do milhão de electrão-volt, isto é, mega electrão-volt, abreviatura `MeV` (lido como *méve*). Por exemplo, a energia necessária para separar os protões (2) e neutrões (2) do núcleo de hélio (partícula α) é de $28,3\,\texttt{MeV}$.

Caixa 1.3: Unidades de energia

O espectro de um decaimento β^-está representado na Fig. 1.3. No eixo das abcissas representa-se a energia do electrão emitido. A ordenada, a cada energia, é proporcional à fracção de electrões emitidos com essa energia, quando observamos um grande número de decaimentos.

A solução deste mistério foi sugerida por Wolfgang Pauli, um físico austríaco, em 1930, numa curiosa carta escrita aos participantes de um congresso a que Pauli não pode estar presente[2].

Pauli preferiu **postular** a existência de uma partícula, a que chamou neutrão e que ninguém tinha detectado, a admitir que a energia não era conservada. A energia total do decaimento era distribuída entre o electrão e esta misteriosa partícula de tal modo que a soma das respectivas energias fosse constante. Como a partícula fantasma de Pauli não era detectada, a energia parecia não ser conservada.

postular: afirmar como verdade, ainda que sem prova, uma proposição não evidente.

Três anos mais tarde, Enrico Fermi explicou a forma do espectro observado e rebaptizou a partícula de Pauli de *neutrino*; entretanto tinha sido descoberto o neutrão (uma partícula neutra com massa semelhante à do protão) e Fermi sabia que o neutrino (neutrão

[2] A razão invocada por Pauli foi que era necessária a sua presença num baile!

pequenino) tinha que ter uma massa muito mais pequena.

Figura 1.4: Wolfgang Pauli (1900–1958), à esquerda, físico austríaco que sugeriu a existência do neutrino. Enrico Fermi (1901–1954), à direita, físico italiano, desenvolveu a ideia de Pauli e deu o nome definitivo ao neutrino.

Acontece que o neutrino é uma das partículas mais abundantes do universo, embora seja tão difícil de detectar que isso só foi conseguido 23 anos após a sugestão de Pauli.

A ideia de Pauli pode ter parecido um expediente, de natureza duvidosa, para "salvar" a lei de conservação da energia. Mas a Natureza deu razão à fé de Pauli nessa lei. O neutrino existe mesmo e pôde mais tarde ser observado, quer em decaimentos beta quer em outros processos (Fig. 1.5)

O século XX assistiu a modificações radicais da nossa concepção do mundo físico. Mas o princípio da conservação de energia manteve-se e, no caso do neutrino e em muitos outros, como o efeito fotoeléctrico, guiou-nos na descoberta de aspectos novos da realidade, mesmo antes de ser possível uma visão coerente da mesma. Hoje em dia, o conceito de energia (e outros com ele directamente relacionados) continua a ter um papel fundamental na ciência.

1.4 Consumo ou conservação?

Afinal, em que ficamos: a energia gasta-se ou conserva-se?

Veremos ao longo deste curso, que a energia, de facto, se conserva: sempre! O que acontece é que, tal como na história do neutrino, em muitos processos físicos é preciso olhar com muito cuidado para descobrir para onde foi a energia. Se não o fizermos, há parcelas que nos escapam, e no fim pensamos que temos menos energia do que quando começamos.

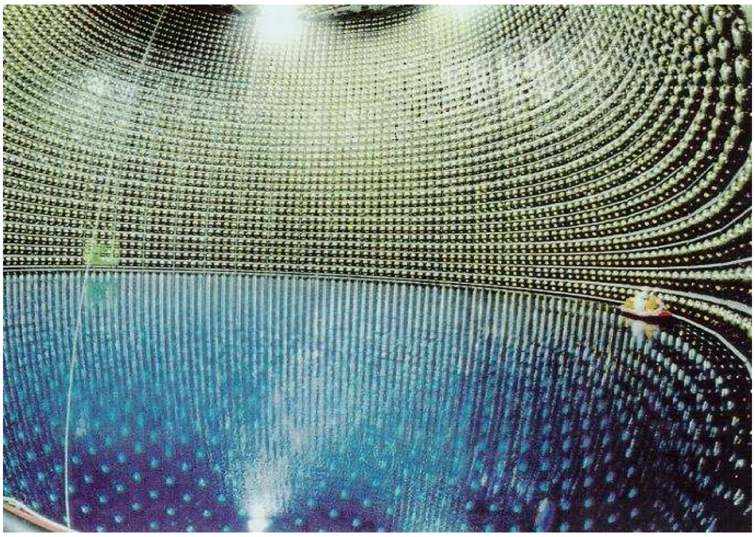


Figura 1.5: Como o neutrino quase não interage com nada, para o detectar usam-se tanques subterrâneos gigantescos, cheios de água. A figura mostra o enchimento de um dos maiores, o Super-Kamiokande no Japão. É visível um pequeno bote com duas pessoas do lado direito (Foto do ICRR, Institute for Cosmic Ray Research, The University of Tokyo).

Ao longo deste curso, iremos, progressivamente, descobrindo novas maneiras de contabilizar a energia envolvida em diversos processos físicos. E acabaremos por descobrir que o princípio de conservação de energia é fundamental, até para compreender os processos do dia-a-dia em que, aparentemente, "consumimos" energia.

1.5 Actividades, problemas e exercícios

1.1. **Unidades de energia e potência**
Recordar conceito de potência e respectiva unidade no SI. Ver Ficha de Actividade A1.

1.2. **Energia hidroeléctrica**
Investigar alguns dados referentes ao consumo de energia hidroeléctrica no País e no mundo. Ver ficha de actividade A2.

1.3. **O que gasta uma lâmpada de** $100\,\mathtt{W}$?
Consequências das necessidades energéticas. Ver Ficha de Actividade A3.

1.4. **Espectro de decaimento β.**
Imagine-se um núcleo com os níveis de energia representados à esquerda da Figura 1.6. Depois do decaimento o núcleo resultante tem o conjunto de níveis da direita. Como seria o espectro de decaimento β (ver Fig 1.3), se apenas fosse emitido um electrão (sem neutrino) e o núcleo estivesse inicialmente no seu estado de mais baixa energia, E_0?

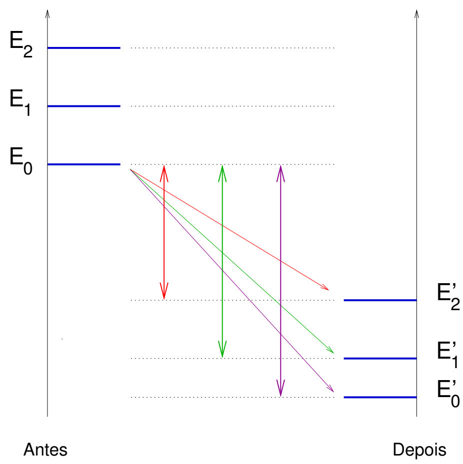


Figura 1.6: Esquema possível de alguns dos níveis de energia de um núcleo, antes e depois de um decaimento β.

Capítulo 2

Trabalho e energia

2.1 Transferências de energia

Como medir energia? Acreditamos que um litro de gasolina tem uma certa energia. Dois litros terão, seguramente, o dobro. Mas como comparar a energia da gasolina com a de uma pilha? Ou com a da água, que desce uma montanha e faz mover uma turbina? Ou com a do vento, que acciona um moinho?

Em muitas situações em que acreditamos haver transferência de energia conseguimos identificar dois factores, força e movimento:

- A água empurra e faz rodar as pás de uma turbina;
- uma grua exerce um força sobre uma carga e eleva-a a uma dada altura;
- um jogador de andebol estica o braço, exercendo uma força sobre a bola e imprimindo-lhe uma certa velocidade;
- os elásticos de *bungee jumping* travam a queda de um corajoso saltador, primeiro distendendo-se e depois contraindo-se, reenviando-o para novo voo.

Mas há outros tipos de transferência de energia em que não parece haver movimento:

- o aquecimento de água com uma chama, ou com outro corpo mais quente, como uma resistência eléctrica;
- o arrefecimento da sopa quente, quando exposta ao ar;

- o aquecimento do asfalto das ruas, quando exposto ao sol.

Qualquer um de nós é capaz de imaginar muitas outras situações. Neste capítulo vamos discutir situações do primeiro tipo.

2.1.1 Noção de Sistema

Se falamos em *transferência* é porque:

- estamos a considerar pelos menos dois corpos e faz sentido falar da energia de cada um;
- está implícita a ideia de **conservação***;* algo *transfere-se* se passa de um sítio para outro. Se a energia de um corpo aumenta, a energia de outro diminui.

Para discutir transferências de energia, temos, então, que identificar os **sistemas** entre os quais essa transferência ocorre. Os físicos usam frequentemente esta palavra mas raramente se preocupam em precisar o seu significado. Na verdade, é muito mais útil saber analisar casos particulares do que ter uma definição geral de sistema.

Digamos apenas que, ao analisar processos físicos, podemos, em geral, ignorar a maior parte do Universo (graças a Deus). Na parte que nos interessa é possível identificar corpos, regiões, conjuntos de partículas—numa palavra, **sistemas**–para os quais é possível definir uma energia; as influências mútuas entre esses sistemas, as **interacções***,* originam a transferência de energia entre eles.

Figura 2.1: Testando a conservação de energia.

No caso do salto com elásticos, *bungee jumping*, por exemplo, o saltador no campo gravítico da Terra constitui um sistema. Este sistema interage com outro, os elásticos, que o impede de se estatelar. Há transferências de energia entre estes dois sistemas.

Mas não são definições gerais que nos fazem compreender estas noções de sistema e interacção; é a prática. Estes conceitos ficarão mais claros à medida que formos analisando situações concretas.

2.2 Trabalho

▷ Actividades 2.1 e 2.2

Se reflectirmos um pouco nas situações de transferência de energia que envolvem forças e movimentos, chegaremos à seguinte conclusão:

Se uma força actua num corpo no sentido em que este se desloca, a sua energia aumenta; se actua no sentido oposto, a sua energia diminui.

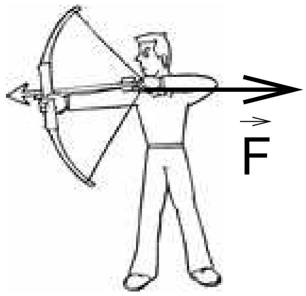


Figura 2.2: Arqueiro retesando um arco.

Consideremos, por exemplo, o tiro ao arco. Ao retesar o arco, o arqueiro puxa a seta. Exerce uma força no mesmo sentido em que desloca a corda do arco: a energia do arco aumenta. Os sistemas são, neste caso, o arco e a flecha, por um lado, e o arqueiro, pelo outro. Essa energia é depois usada para impulsionar a flecha. Nessa situação o arco exerce uma força sobre a flecha no mesmo sentido em que ela se desloca: logo, a energia da flecha aumenta. Agora, os sistemas que estamos a considerar são a flecha, por um lado, e o arco, pelo outro.

Um outro exemplo é o da travagem do Vaivém espacial na aterragem. O cabos do pára-quedas de travagem puxam o Vaivém com uma força que tem o sentido *oposto* ao do respectivo deslocamento: a energia do Vaivém diminui.

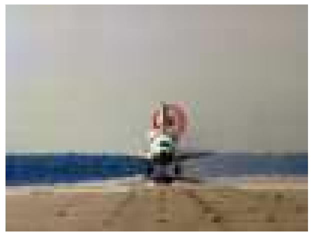


Figura 2.3: Aterragem do Vaivém com pára-quedas de travagem.

Pensando noutros casos semelhantes chegaremos à mesma conclusão; quando a força sobre um corpo actua no sentido do deslocamento, a sua energia aumenta; se o sentido é oposto, a energia diminui. Mas de quanto? Como podemos medir essa quantidade de energia transferida?

A resposta a esta pergunta é dada pela noção de **trabalho de uma força:**

O trabalho de uma força de módulo F, constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de d, na direcção e sentido da força, é $F \times d$ e é igual à energia transferida para o corpo por acção dessa força.

Se designarmos por $\Delta E = E_f - E_i$, a variação de energia do corpo, energia final menos energia inicial[1], temos:

$$\Delta E = w \equiv Fd.$$

[1] Esta notação será usada muitas vezes ao longo do curso. Numa qualquer transformação, com um estado final e um estado inicial, a variação de uma grandeza A, será designada por ΔA e é *sempre* o valor final menos o inicial, $\Delta A = A_f - A_i$.

E se a força tiver o sentido oposto ao do deslocamento?

Como vimos, nesse caso, a energia do corpo diminui: $E_f < E_i$; a variação de energia é negativa, $\Delta E < 0$. Define-se, nesse caso, o trabalho como $w = -Fd$ e continua a ser a variação de energia do corpo.

> O trabalho de uma força de módulo F, constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de d na direcção da força e sentido oposto, é $-F \times d$ e é igual à energia transferida para o corpo por acção dessa força.

Note-se que em Física falamos de energia transferida *para* o corpo, como sendo a variação de energia, ΔE, mesmo quando esta é negativa! Em linguagem comum diríamos que a energia é transferida *do* corpo. Deste modo, podemos usar sempre a mesma linguagem e as mesmas equações, qualquer que seja o sinal das grandezas que nelas ocorrem. Em particular, a equação

$$\Delta E = w$$

vale, quer w seja positivo quer negativo.

Mas será verdade? Como é que sabemos que esta é a maneira correcta de medir a energia transferida por acção de uma força?

2.3 Energia potencial

2.3.1 Energia potencial gravítica

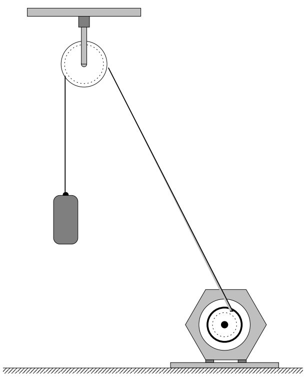


Figura 2.4: Elevar o corpo de peso P requer energia.

Consideremos um sistema simples de um motor que enrola uma corda e, através de uma roldana, eleva um corpo de peso $P = mg$ (Fig. 2.4). Este processo requer energia; o motor gasta combustível.

Vamos supor uma elevação muito lenta, com velocidade nula no estado final. Deste modo não temos energia associada ao estado de movimento. Mas, tal como a água retida numa barragem pode em queda accionar turbinas, um corpo elevado também pode ser usado para transferir energia para outros corpos. A sua energia

■ Componente de uma força ■

Aparentemente demos duas definições de trabalho, distinguindo os casos de força e deslocamento com o mesmo sentido ou sentidos opostos. Introduzindo o conceito de **componente** de uma força, podemos simplificar a definição.
Um deslocamento rectilíneo assim como uma força, são caracterizados por um módulo (intensidade) e ainda por uma direcção e um sentido: são grandezas vectoriais. O módulo, por definição é expresso por um número positivo.
Na maior parte dos casos que vamos considerar as direcções são as mesmas. O sentido da força pode ser o mesmo, ou oposto, ao do deslocamento. Se uma força de módulo F tem a mesma direcção e sentido do deslocamento, dizemos que a **componente** da força segundo o deslocamento é F; se o sentido é oposto, a **componente** é $-F$. Assim a componente é positiva ou negativa conforme a força tenha o mesmo sentido ou o sentido oposto do deslocamento.
Com este conceito de componente podemos resumir as duas definições que demos de trabalho numa só, sem precisar de distinguir as duas situações:

> *O trabalho de uma força de módulo constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de comprimento d com a mesma direcção da força, é o produto da componente da força segundo o deslocamento por d.*

Com efeito, se os sentidos são idênticos, a componente da força é F, em que F é o módulo da força ($F > 0$). Esta definição dá $w = F \times d$. Se os sentidos são opostos, a componente da força é $-F$ e o trabalho $w = (-F) \times d = -F \times d$. Mais tarde veremos que esta definição continua a ser válida mesmo se a força e o deslocamento não forem colineares.

Caixa 2.1: O conceito de componente de uma força.

aumentou em resultado da sua elevação. A este tipo de energia, associado à posição, chamamos **energia potencial**.

Uma possibilidade, para medir a energia transferida para o corpo, é determinar a quantidade de combustível gasto. Só que, naturalmente, uma medida desse tipo dependeria do tipo de motor e mesmo do tipo de combustível. Ora, não estamos aqui interessados em saber quanta energia gastou o motor; o que nos interessa é medir a que foi transferida para o corpo. Isso envolve um processo simples: a aplicação de uma força e um deslocamento. O que se passa no motor é muito mais complicado.

A força que a corda tem que exercer, para um deslocamento muito lento, é igual em módulo, e oposta em sentido, ao peso, $P = mg$. Podemos, assim, ignorar qualquer variação de energia associada ao estado de movimento do corpo e considerar apenas a energia associada à sua posição, energia potencial, E_p. A nossa definição de trabalho diz:

$$\Delta E_p = Fd = mg\Delta z$$

em que $\Delta z = z_f - z_i$ é a variação da altura do corpo.

Faz sentido, a variação de energia ser proporcional ao peso, mg, e à variação de altura, Δz?

Como o peso do corpo não varia com a altura, o processo de elevar o corpo de 5 m para 6 m ou de 10 m para 11 m de altura é exactamente o mesmo: o motor recolhe um metro de corda, exercendo a mesma força. Logo transfere a mesma energia. Assim sendo, a variação de energia do corpo deve ser idêntica, por cada metro de elevação do mesmo. Isso significa que a variação de energia é proporcional ao número de metros de elevação, isto é, a Δz.

E a proporcionalidade de ΔE ao peso mg?

Podemos sempre elevar um corpo de peso $2mg$ dividindo-o em duas partes iguais e elevando uma parte de cada vez. Gastaríamos a energia necessária para elevar duas vezes um corpo de peso mg. Parece natural que a variação de energia seja também proporcional ao peso.

Em resumo: a nossa definição de trabalho é razoável. Vale a pena ver onde nos pode levar. Para já, obtivemos uma expressão para a variação de energia potencial gravítica de um corpo de massa m, quando a sua altura varia de Δz:

$$\Delta E_p = mg\Delta z. \tag{2.1}$$

▷ Energia potencial gravítica

Exemplo: se um operário tiver que elevar 60 kg de tijolos para um terceiro andar, a 15 m do solo, terá que dispender (pelo menos) uma energia de:

$$\Delta E = 60 \times 10 \times 15 = 9000\,\mathtt{J}.$$

Escolha do zero de energia

Ainda não obtivemos uma expressão para a energia potencial, mas apenas para a *variação* de energia potencial. O princípio de conservação de energia, de facto, só envolve *variações* de energia. Por essa razão, podemos definir a energia potencial para uma dada posição como quisermos. Por exemplo, podemos dizer que para a altura $z = 0$, a energia potencial é $E_p(0) = 0$. Claro que essa escolha só pode ser feita para uma dada posição, pois as variações de energia potencial são conhecidas. Para qualquer outra posição de altura z, teremos:

$$\Delta E_p \equiv E_p(z) - E_p(0) = mg\Delta z = mg(z - 0) = mgz.$$

Como $E_p(0) = 0$, obtemos

$$E_p(z) = mgz.$$

Se escolhêssemos $E_p(0) = a$, teríamos

$$E_p(z) = mgz + a,$$

mas as variações de energia potencial continuariam a ser dadas pela Eq.2.1. Note-se ainda que a altura é $z = 0$ onde quisermos escolher a origem do eixo zz. Não é nenhuma altura particular: tanto pode ser o nível médio do mar, como o chão da cabine de um avião comercial a voar a 10 km de altitude.

2.3.2 Energia potencial e trabalho de forças internas.

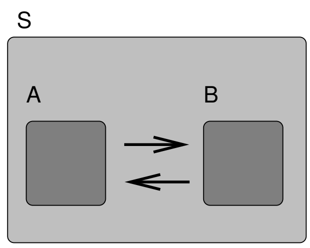


Figura 2.5: interacções mútuas entre A e B não podem alterar a energia total do sistema S.

Forças internas

Na discussão anterior, quando elevamos um corpo aplicando uma força contrária ao peso, dissemos que transferimos energia para o corpo. O sistema que fornece energia é o que exerce essa força (nós, ou o motor e o respectivo cabo de suspensão do corpo). O corpo, no campo gravítico, é o sistema a que fornecemos energia.

E o peso do corpo não realizou trabalho? Não temos de o contabilizar?

A interacção entre dois corpos manifesta-se nas forças que exercem um sobre o outro, que permitem a transferência de energia entre eles. Mas uma força interna, exercida por uma parte de um sistema noutra parte do *mesmo* sistema, não pode variar a energia deste sistema. Isso violaria o princípio de conservação de energia. Porquê? Porque, se a energia varia num sistema, varia também *fora dele*. Se assim não fosse, a energia não se conservava. Forças internas não actuam sobre o exterior do sistema e por isso não podem originar mudanças em que a energia do exterior varie.

O peso como força interna

O peso de um corpo pode ser considerado uma força interna: o sistema é o corpo no campo gravítico da Terra. Ou, melhor ainda, o corpo *e a Terra* constituem o nosso sistema. O que chamamos energia potencial do corpo é na verdade uma energia do sistema corpo–Terra, devida à interacção gravítica. Como o estado de movimento da Terra não é alterado (massa da Terra muito maior do que a do corpo), podemos calcular essa energia de interacção em termos da posição do corpo relativamente à superfície da Terra, a altura, z. Por isso, podemo-nos referir a esta energia como sendo a energia potencial *do corpo*.

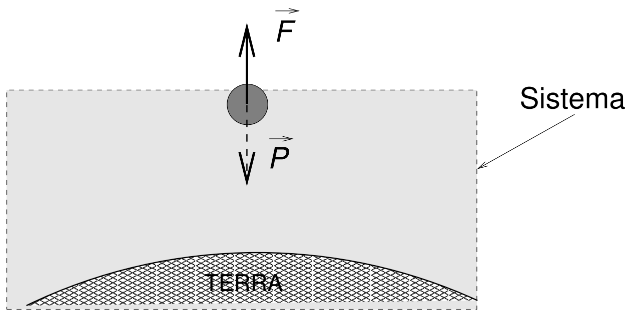


Figura 2.6: Se o sistema é constituído pelo corpo e pela Terra, o peso é uma força interna (a tracejado), que não pode alterar a energia do sistema. Uma força externa $\vec{F}$ (a cheio), aplicada ao corpo, pode alterar a energia do sistema corpo–Terra.

Quando elevamos o corpo, exercemos uma força externa que é oposta ao peso. O seu trabalho resulta numa variação de energia potencial do corpo (ou, como dissemos acima, energia potencial gravítica do sistema corpo–Terra):

$$\Delta E_p = w_{ext} = F \times \Delta z$$

Mas como esta força externa equilibra o peso (para que o corpo não acelere) o trabalho do peso é o simétrico do trabalho da força externa: se a força $\vec{F}$ tem o sentido do deslocamento, o peso tem o sentido oposto e vice-versa. Logo

$$w_{int} = -w_{ext} = -P \times \Delta z.$$

Portanto, como $P = mg$

$$\Delta E_p = -w_{int} = -mg\Delta z. \tag{2.2}$$

Esta equação relaciona a variação de energia potencial com o trabalho das forças internas numa alteração de posição: não exprime uma transferência de energia de um outro sistema através da realização de trabalho.

Mais tarde veremos que nem sempre é possível estabelecer uma relação deste tipo entre forças internas e energia potencial. As forças, como o peso, para as quais isso é possível designam-se por **forças conservativas**.

2.3.3 Unidades

Em que unidades se mede a grandeza energia? Como a unidade de força é o `newton`, `N`, e a de comprimento o `metro, m`, o trabalho e, portanto, a energia podem medir-se em `N m`, unidade designada por `joule, J.`

O que é um `joule`? A expressão para o trabalho de uma força,

$$w = Fd,$$

mostra que o trabalho realizado por um força de 1 `N`, num deslocamento de 1 `m`, é 1 `J`. O peso de uma massa de 100 `g` é, aproximadamente, 1 `N` pois a aceleração da gravidade é perto de 10 $\mathtt{m\,s}^{-2}$ ($P = mg = 0,1 \times 10 = 1\,\mathtt{N}$). Um `joule` é, pois, a energia necessária para elevar cerca de 100 `g` de 1 `m`, à superfície da Terra.

▷ Problema 2.1.

2.3.4 Máquinas simples

Roldana móvel

Podemos levantar um peso de 20 N exercendo uma força de apenas 10 N. Como?

Veja-se o sistema de roldana móvel da Fig. 2.7. O módulo, F, da força aplicada no ponto A da Fig. 2.7, é apenas metade do módulo do peso do corpo, $P/2$ (por simplicidade desprezamos o peso da roldana móvel). É verdade, como se vê, facilmente, experimentando! Para compreender porquê, basta notar que a roldana móvel está suportada por duas cordas: cada uma delas exerce uma força de módulo $P/2$ para equilibrar o peso.

▷ Actividade 2.3

Que óptima ideia para obter energia de graça! Uma vez que F é metade de P, então, o trabalho que realizamos para elevar o corpo, puxando em A, seria metade do que se o fizéssemos directamente. Por metade do trabalho (energia que transferimos) obtemos a mesma variação de energia do corpo!

Era bom, mas não funciona. É que quando deslocamos A, para baixo, de uma distância d, realizando um trabalho $(P/2) \times d$, *o corpo só sobe uma distância* $d/2$. A variação de energia potencial do corpo é $P \times (d/2)$, exactamente o trabalho que realizámos. Não há almoços grátis!

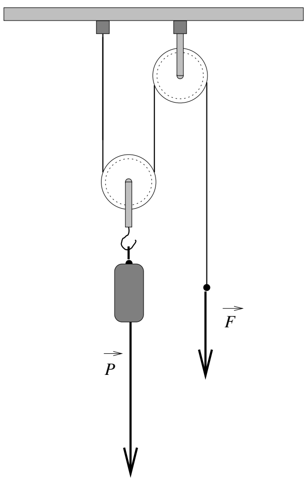


Figura 2.7: A força $\vec{F}$ necessária para equilibrar o corpo é apenas metade do seu peso.

O sistema da roldana móvel é apenas um de muitos exemplos de dispositivos de desmultiplicação de forças, como uma alavanca, uma caixa de velocidades, o sistema de transmissão e mudanças de uma bicicleta, etc. São sistemas de grande utilidade prática, porque nos permitem realizar tarefas com forças menores. Mas não poupam energia. Se reduzimos a força necessária para metade o deslocamento correspondente aumenta para o dobro. É mais uma confirmação que a definição de trabalho faz sentido: doutro modo estas máquinas permitiriam a *criação de energia*!

2.4 Energia cinética

Elevemos um corpo de massa de 1 kg a uma altura de dois metros. Sabemos que aumentamos a respectiva energia de ($g \approx 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$):

$$\Delta E_p = mgh = 1 \times 10 \times 2 = 20\,\mathrm{J}.$$

Se largarmos o corpo, ele cai. Se cair precisamente 2 m, a sua energia potencial volta ao valor inicial. Onde está a energia que transferimos para o corpo ao elevá-lo?

Neste caso o corpo caiu livremente. Não o movemos lentamente, mantendo o peso equilibrado com uma força externa. Não houve pois trabalho externo sobre o corpo. Como vimos anteriormente, o peso é considerado uma força interna; faz parte do sistema, `corpo+campo gravítico`.

Se o corpo caiu livremente, tem uma velocidade diferente de zero e parece claro que devemos associar a esse estado de movimento um certa energia. Vamos designar essa energia por energia cinética, E_c, e supor que ela pode ser expressa em termos da velocidade do corpo. Qual é a expressão de $E_c(v)$?

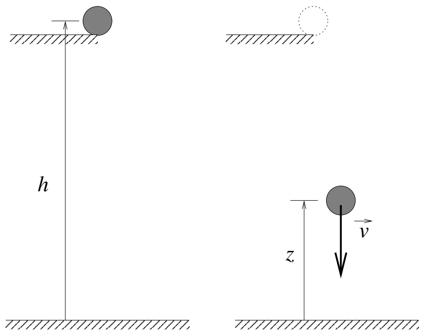


Figura 2.8: À altura z parte da energia potencial inicial é agora energia cinética.

2.4.1 Expressão da energia cinética

Vamos, imediatamente, responder à questão anterior dando a definição de energia cinética de um corpo. Dessa definição, usando conservação de energia, tiraremos algumas conclusões sobre o modo como varia a velocidade de um corpo em queda livre. Na Actividade 2.4 investigaremos experimentalmente essa relação. Teremos assim um pequeno exemplo de como funciona a Ciência.

Primeiro a definição de energia cinética:

> A energia cinética, E_c, de um corpo de massa m e velocidade de módulo v, é dada pelo produto da sua massa m pelo quadrado do módulo da sua velocidade v, dividido por dois, $E_c = mv^2/2$.

Consideremos então um corpo, como o da Fig. 2.8, inicialmente parado à altura h: a sua energia potencial é mgh e a sua energia cinética nula, pois a sua velocidade é zero. A sua energia total é, então,

$$E = mgh.$$

Quando estiver a uma altura z, a sua energia potencial é mgz. Como $z < h$ a sua energia potencial diminui. Se houver conservação de energia, a energia cinética, associada ao movimento, será:

$$E_c = mgh - mgz. \tag{2.3}$$

Usando a definição de energia cinética,

$$m\frac{v^2}{2} = mgh - mgz. \tag{2.4}$$

Resolvendo esta equação em ordem a v^2, obtemos

$$v^2 = 2g(h - z). \tag{2.5}$$

Chegamos, então, a uma previsão concreta: um corpo, em queda livre à superfície da Terra, partindo do repouso e depois de cair uma distância $d = h - z$, tem uma velocidade

$$v^2 = 2gd.$$

▷ Actividade 2.4

Esta relação é investigada experimentalmente na Actividade 2.4, sobre queda livre. A sua confirmação reforça a coerência das definições que demos de trabalho, energia potencial e energia cinética. Em palavras mais simples: tudo bate certo.

A expressão da energia cinética de um corpo de massa m e velocidade v é, então:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2. \tag{2.6}$$

As expressões das Eqs.(2.3) e (2.6) têm uma natureza muito diferente. Ambas são "fórmulas", mas têm estatutos muito diferentes. A segunda é uma expressão de validade geral—a definição de energia cinética—enquanto a primeira, *como expressão para energia cinética,* aplica-se apenas a um corpo em queda livre. Exprime a conservação de energia nessa situação particular e não pode ser confundida com uma definição de energia cinética.

2.4.2 O teorema trabalho-energia cinética

Nas secções anteriores considerámos dois casos:

a) A força externa é equilibrada pelo peso e o corpo desloca-se muito lentamente. O trabalho da força externa é a variação de energia que, neste caso, é apenas energia potencial,

$$\Delta E_p = w_{ext}.$$

b) A força externa é nula e o corpo move-se apenas sob acção do seu peso. A energia total não varia,

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0,$$

o que significa que a variação de energia cinética é simétrica da variação de energia potencial,

$$\Delta E_c = -\Delta E_p.$$

No caso geral, a força externa não é nula, nem oposta ao peso. No movimento do corpo sob a acção do seu peso e da força externa a velocidade varia. A variação de energia do corpo tem um termo cinético e um termo potencial. O trabalho da força externa é a energia transferida para o sistema, ou seja, a variação da energia total:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = w_{ext}.$$

Se quisermos saber a variação de energia cinética,

$$\Delta E_c = w_{ext} - \Delta E_p. \tag{2.7}$$

Vimos atrás, na Eq. 2.2 da página 37, que a variação de energia potencial se pode exprimir em termos do trabalho do peso, w_{int}, como,

$$\Delta E_p = -w_{int}.$$

Substituindo este resultado na Eq. 2.7, obtemos

$$\Delta E_c = w_{ext} + w_{int}.$$

A variação de energia cinética é igual ao trabalho de **todas** as forças aplicadas ao corpo. Este resultado é conhecido como o **teorema do trabalho-energia cinética**.

2.5 Forças dissipativas

2.5.1 Resistência do ar

Temos vindo a admitir que a soma das energias cinética e potencial gravítica de um corpo em queda livre era conservada. Isto é verdade se o sistema `corpo + campo gravítico da Terra` não interagir com outros sistemas.

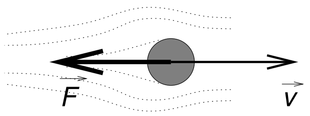


Figura 2.9: Um corpo que se desloca num fluido fica sujeito a uma força de sentido oposto ao seu deslocamento.

Na realidade, o corpo move-se na atmosfera e interage com ela. Essa interacção manifesta-se na força de resistência do ar. Se esta força realizar trabalho, existirá uma transferência de energia entre o corpo e o ar da atmosfera.

Quando um corpo se desloca relativamente a um fluido, como o ar ou a água, este exerce sobre ele uma força oposta ao deslocamento do corpo. Quem tenha posto a mão fora de um automóvel em movimento, sabe que essa força pode ser considerável.

Se a força tem sentido oposto ao do deslocamento, o seu trabalho sobre o corpo é negativo:

$$w_r < 0.$$

Voltemos a considerar o caso da queda de um corpo num campo gravítico, incluindo agora o efeito da resistência do ar. A energia inicial é mgh (corpo em repouso à altura h). Quando está à altura z será,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz.$$

Mas como houve interacção com o ar a energia do corpo variou. A energia transferida foi o trabalho da força de resistência do ar. Então:

> `Energia final = Energia inicial + trabalho de resistência do ar.`

Isto é:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz = mgh + w_r. \tag{2.8}$$

Como $w_r < 0$ a energia do corpo diminui. Podemos reescrever esta equação usando o módulo de w_r, uma quantidade positiva. Como $w_r = -|w_r|$,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - z) - |w_r|.$$

O primeiro termo do segundo membro é o que teríamos se não houvesse interacção com o ar: a velocidade de queda é menor do que seria na ausência da atmosfera.

Só podemos ignorar o termo de resistência do ar se w_r for muito menor que a variação de energia potencial. Para um berlinde ou uma bola de ping-pong, numa queda até um metro, essa aproximação é razoável. Para uma folha de papel ou uma pena, é muito má.

2.5.2 Forças dissipativas

Poderemos fazer com a força de resistência do ar o que fizemos com o peso? Considerá-la como um força interna de um sistema que agora inclui o ar e definir mais um termo de energia potencial, E_r, de modo que

$$\Delta E_r = -w_r? \tag{2.9}$$

Se assim fosse, a Eq. 2.8 teria a forma

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_r = 0,$$

já que $\Delta E_c = mv^2/2$ (velocidade inicial nula) e $\Delta E_p = mg(z-h)$. Voltaríamos a ter um sistema em que a energia se conserva.

Não é possível definir uma tal energia potencial E_r. A razão é a seguinte.

A energia potencial está associada a uma determinada posição do corpo. Se o corpo se desloca, mas volta à mesma posição, a sua variação de energia potencial é nula. Mas no caso da força de resistência do ar o trabalho correspondente não é nulo. Quando o corpo desce, o trabalho é negativo, pois a força é oposta ao deslocamento. Quando o corpo volta a subir, o trabalho *ainda é negativo* pois a força continua a ser oposta ao deslocamento. A soma de duas grandezas negativas não pode dar zero! A igualdade da Eq. 2.9 seria violada pois o primeiro membro seria nulo e o segundo positivo.

Em resumo, a interacção entre o ar da atmosfera e um corpo que nele se desloca não pode exprimir-se através de uma energia potencial, como no caso do peso. Forças como a resistência do ar dizem-se **dissipativas.**

Significa isto que quando há forças dissipativas a energia não se conserva?

Não esqueçamos que a resistência do ar é uma interacção entre dois sistemas. De facto, a energia do corpo no campo gravítico da Terra não se conserva; mas apenas porque parte da respectiva energia é transferida para outro sistema. Mais tarde veremos como se manifesta essa energia transferida. Para já, a única coisa que sabemos é que não tem uma relação simples com a posição do corpo, como acontece no caso do campo gravítico. Por isso não é possível definir uma energia potencial associada a esta força.

2.6 Estudo de um caso: *Bungee Jumping*

2.6.1 O que é um *modelo?*

Para ilustrar os conceitos anteriores, vamos estudar, do ponto de vista de transferências de energia, um dos desportos radicais mais populares: o salto com elásticos ou *bungee jumping.*

Um salto real é um processo bem complicado. A resistência do ar está presente, o saltador não se move só na direcção vertical, a orientação do seu corpo pode variar. Por isso vamos construir um **modelo** deste processo: uma representação simplificada que esperamos permita compreender os aspectos gerais mais salientes deste tipo de salto.

Supomos que a energia do saltador no campo gravítico se pode escrever na forma:

$$E_s = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \tag{2.10}$$

em que a coordenada z mede a sua altura em relação ao solo. Ignoramos as suas variações de posição (deitado, de pé, de cabeça para baixo), o seu esbracejar, o facto de também se poder movimentar na horizontal e, ainda, a resistência do ar.

Mas há, seguramente, um sistema que não podemos ignorar: os elásticos! Se os ignorássemos, chegaríamos à conclusão que o saltador se estatelaria no chão sem apelo nem agravo: um resultado muito diferente do observado em (quase) todos os saltos.

Na parte inicial da queda os elásticos nada fazem. Depois de o saltador cair uma distância igual ao comprimento de repouso (sem tensão) dos elásticos, estes começam a distender-se. A sua energia aumenta. Podemos incluí-los no nosso sistema definindo uma energia potencial dos elásticos $E_{el}(z)$:

$$E = E_s + E_{el}(z). \tag{2.11}$$

Em resumo: o nosso **modelo** consiste em supor que:

- o saltador se move na vertical apenas;
- a sua energia é dada pelas Eqs. 2.11 e 2.10;
- a energia se conserva.

Precisamos, no entanto, de saber como exprimir $E_{el}(z)$.

2.6.2 Força elástica

▷ Actividade 2.5

Ao esticarmos um elástico temos que exercer forças nas suas pontas. As forças têm o sentido em que as respectivas pontas se deslocam. Logo realizamos um trabalho positivo sobre o elástico—a sua energia aumenta. Ao deixarmos o elástico contrair-se de novo, lentamente, a força que exercemos tem sentido oposto ao deslocamento. O trabalho que realizamos é negativo: o elástico transfere energia para nós e a sua energia diminui.

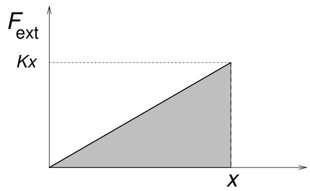


Figura 2.10: Força elástica.

Se chamarmos x ao aumento de comprimento do elástico, relativamente ao seu comprimento sem forças aplicadas, teremos uma energia $E_{el}(x)$, que aumenta com o valor de x. Podemos considerar que $E_{el}(0) = 0$. Como o princípio de conservação de energia envolve apenas *variações de energia* o valor que tomamos para $E_{el}(0)$ pode ser qualquer um.

Quando esticamos lentamente o elástico, a força que temos que exercer é tanto maior quanto maior for a deformação do elástico. Desde que não seja esticado para além de um certo limite, o elástico comporta-se como uma mola. A força necessária para o manter distendido de um comprimento x é proporcional a x,

$$F_{ext} = kx.$$

A força que o próprio elástico exerce sobre o corpo que o distende é oposta:

$$F = -kx.$$

Na Actividade 2.5, discutimos como calcular o trabalho de forças cujo valor varia durante o deslocamento. No caso presente, o gráfico da componente da força externa na direcção do deslocamento tem a forma da Fig. 2.10. O trabalho realizado pela força externa é a área do triângulo sombreado:

$$E_{el}(x) = w = \frac{1}{2}kx \times x = \frac{1}{2}kx^2.$$

Agora que sabemos calcular a energia de deformação elástica, voltemos à análise do salto *bungee.*

2.6.3 Energia num salto de bungee.

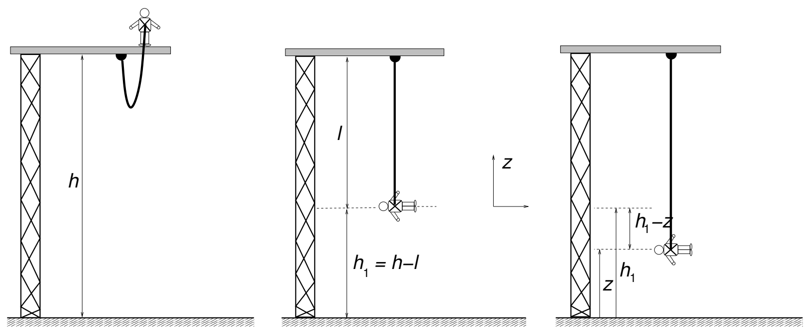


Figura 2.11: Um salto *bungee.* O saltador está inicialmente a uma altura h do solo; o comprimento em repouso dos elásticos é l. Quando a distância z ao solo é inferior a $h_1 = h - l$, os elásticos estão distendidos.

Comecemos por designar alguns parâmetros. A Fig. 2.11 ajuda a compreender as respectivas definições:

- altura inicial relativamente ao solo, h;
- comprimento sem tensão dos elásticos, l;
- altura acima do solo, em que os elásticos começam a ser esticados, $h_1 = h - l$;
- altura do saltador acima do solo durante o salto, z;
- peso do saltador, mg;
- constante de força dos elásticos, k.

Seguindo os passos da Caixa 2.2 da página 47, chegamos à conclusão que, quando o saltador está a uma distância do solo menor que h_1, a respectiva energia é:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k\left(h_1 - z\right)^2 \qquad z < h_1$$

Estamos agora em posição de responder a uma pergunta de interesse capital para o saltador:

■ Energia num salto com elásticos. ■

Como podemos calcular a energia para um salto *bungee* como o da Fig. 2.11? Tentemos construir a respectiva expressão passo a passo.

Questão 1: qual é energia potencial inicial ?

Resposta: é apenas a energia potencial gravítica do saltador. A sua energia cinética é zero e os elásticos não estão distendidos.

$$E_0 = mgh$$

Questão 2: quando a altura do saltador relativamente ao solo é superior a h_1, qual é a energia do sistema?

Resposta: se os elásticos não se distenderam, a sua energia elástica é nula. Se não considerarmos a sua variação de energia potencial gravítica (supomos que a respectiva massa é pequena comparada com a do saltador), a energia total será apenas a soma das energias cinética e potencial gravítica do saltador.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \qquad \text{se}\, z > h_1$$

Questão 3: qual é a energia do sistema quando o saltador se encontra abaixo de h_1?

Resposta: Agora os elásticos estão distendidos de uma distância que é $h_1 - z$ (ver Fig. 2.11c). A respectiva energia é

$$E_{el} = \frac{1}{2}k\,(h_1 - z)^2\,.$$

A energia total é

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k\,(h_1 - z)^2 \qquad z < h_1$$

Caixa 2.2: Cálculo da energia num salto com elásticos.

O saltador pára antes de atingir o solo, ou estatela-se?

Se a energia se conservar devemos ter:

$$E = E_0$$

ou,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}k\left(h_1 - z\right)^2 = mgh.$$

Podemos daqui calcular a velocidade do saltador quando atinge o solo, em $z = 0$. Substituindo $z = 0$:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kh_1^2 = mgh$$

ou,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - \frac{1}{2}kh_1^2. \tag{2.12}$$

Esta equação só terá uma solução se o segundo membro for positivo, pois $m > 0$ e $v^2 > 0$. Nesse caso o saltador chega ao chão com uma velocidade:

$$v = \sqrt{2gh - \frac{k}{m}h_1^2}.$$

Este não é o resultado desejado! Para que o saltador não chegue ao chão e páre antes que isso aconteça, devemos ter

$$mgh - \frac{1}{2}kh_1^2 < 0$$

ou seja,

$$\frac{1}{2}kh_1^2 > mgh.$$

Antes de saltar é melhor verificar se isto é verdade! Neste caso a Eq. 2.12 não tem solução: isto significa que $z = 0$ não é uma altura possível, pois implicaria uma energia cinética negativa. O saltador pára e volta a subir antes de chegar ao solo.

Esta condição é muito interessante e muito simples de interpretar. O primeiro membro é a energia elástica quando o saltador chega ao solo ($z = 0$): os elásticos estão distendidos de h_1. O segundo membro é a energia inicial. Se $kh_1^2/2 > mgh$, não há energia suficiente no sistema para esticar os elásticos até ao chão. Quase podíamos ter adivinhado este resultado!

2.7 Quando o trabalho é nulo.

2.7.1 Força sem deslocamento

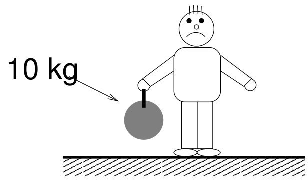


Figura 2.12: Quando seguramos um peso, sem o mover, não fazemos *trabalho*?

Se pegarmos num garrafão de água de 5 litros e o levantarmos à altura do peito, ao fim de poucos minutos os músculos começam a tremer, as forças faltam e temos de o pousar.

De acordo com a nossa definição de trabalho, enquanto seguramos o garrafão numa posição fixa, não realizamos trabalho: não transferimos energia. Por que é que ficamos cansados, então? Segurar um peso não é *trabalho?*

Comecemos por notar que uma mesa ou uma corda amarrada a um gancho no tecto seguram um peso durante o tempo que for necessário. Não parece haver realmente qualquer "consumo" de energia. Na indústria de construção civil é habitual deixar cargas suspensas nas gruas durante as interrupções de trabalho. Se isso consumisse energia, as empresas pensariam duas vezes antes de adoptar esse procedimento.

Mesmo no caso em que somos nós a segurar um peso, há um aspecto que é claro: não transferimos energia para o peso se não o deslocarmos. A energia do corpo que seguramos não aumenta com o tempo em que o estamos a segurar. A energia que podemos obter, deixando-o cair, por exemplo, não aumenta por ele ter estado elevado mais tempo. A conceito físico de **trabalho** pretende medir a transferência de energia para o corpo sobre o qual actua a força. Se não houver deslocamento essa transferência é nula.

No entanto, cansamo-nos. O esforço muscular, mesmo sem deslocamento, consome, efectivamente, reservas energéticas do corpo. Porquê?

A razão tem a ver com a maneira como os músculos funcionam. As células musculares, chamadas *fibras,* têm a forma de cilindros alongados e podem contrair-se exercendo forças nas extremidades. Mas são um complexo sistema bioquímico, cujo funcionamento é muito diferente de uma mola ou de um elástico. A contração requer movimento de filamentos de proteína no interior da célula e isso requer energia. A contracção é apenas temporária e a fibra rapidamente perde a tensão. Para manter um músculo contraído, mesmo sem deslocamento, como quando seguramos um peso, é necessário contrair regularmente novas fibras para substituir as que se distendem. É este processo que consome a energia do corpo. Mas essa energia não é transferida para a carga que o músculo sustenta: acaba distribuída no nosso corpo e pode manifestar-se por um aumento de temperatura local. Por isso é correcto dizer que o trabalho *realizado sobre a carga* é nulo. No artigo *Funcionamento dos músculos* [6], disponível no portal do projecto Faraday, está uma explicação mais detalhada deste processo.

2.7.2 Forças perpendiculares ao deslocamento

Até ao momento só considerámos o cálculo de trabalho em situações em que a força tem a direcção do deslocamento. Mas nem sempre isso acontece. Nos dois exemplos seguintes, as forças são perpendiculares aos deslocamentos. Como veremos, nesse caso o trabalho é nulo.

Movimentos de planetas ou satélites.

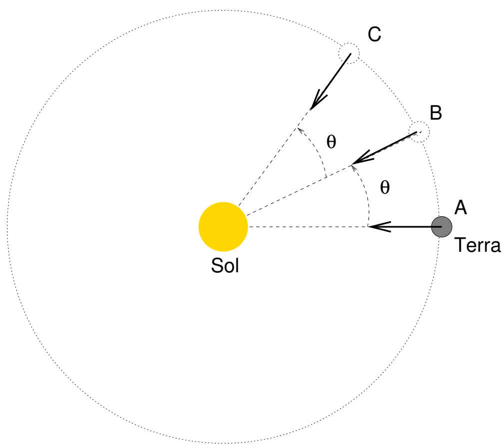


Figura 2.13: Os trabalhos realizados entre A e B e entre B e C são iguais. Serão diferentes de zero?

Sabemos que os planetas se movem em torno do Sol sob a acção da força gravítica. As órbitas dos planetas são quase circulares, com centro no centro do Sol. No 9º ano aprendemos que a força gravítica que o Sol exerce nos planetas tem a direcção do raio da órbita, com sentido dirigido para o centro do Sol. O deslocamento do planeta é, em cada instante, perpendicular à força. Será que esta força realiza trabalho?

Reparemos no esquema da Fig 2.13. Suponhamos que entre os dois pontos A e B a força gravítica do Sol realizava um trabalho

w sobre o planeta. Evidentemente, o trabalho entre B e C seria o mesmo, uma vez que o ângulo percorrido é o mesmo, o valor da força é o mesmo, o ângulo com o deslocamento também, etc. O trabalho numa rotação completa seria

$$W = w \times \frac{360}{\theta}$$

pois $360/\theta$ é o número de ângulos iguais a AB (θ) em que podemos dividir o arco completo (360^o).

Mas, para uma revolução completa, o trabalho realizado tem que ser nulo; o planeta ocupa a mesma posição com a mesma velocidade. Logo $W = 0$ e $w = 0$. Como os pontos A e B são quaisquer, temos que concluir que o trabalho de uma força perpendicular ao deslocamento é nulo.

Movimento horizontal de um corpo sobre uma superfície.

Quando um carrinho se desloca sobre o tampo horizontal de uma mesa o seu peso é cancelado pela reacção normal da mesa. Se não houver atrito, estas são as únicas forças sobre o carrinho. Será que realizam trabalho?

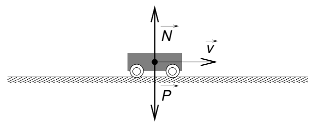


Figura 2.14: O trabalho da reacção normal da mesa e do peso serão diferentes de zero?

A pergunta parece pouco interessante. Mesmo que a resposta fosse sim, os trabalhos do peso e da reacção da mesa devem cancelar-se, pois as forças têm sentidos opostos e o mesmo valor. Por isso a energia do carrinho não deve variar. Com efeito, se não houver atrito, ele mantém sempre a mesma velocidade.

No entanto, ao contrário do que parece à primeira vista, supor que os trabalhos do peso, w_p, e da reacção normal, w_n, são diferentes de zero, mesmo que a sua soma seja zero, $w_p + w_n = 0$, tem consequências. O peso é uma força exercida pela Terra; a reacção normal é exercida pela mesa. Se, por exemplo, $w_p > 0$, há transferência de energia entre a Terra e o carrinho. Sendo $w_n = -w_p$, teremos $w_n < 0$: isto implica uma transferência de energia entre o carrinho e a mesa. Ou seja, haveria energia a passar da Terra para o carrinho e deste para a mesa. Mas não há qualquer evidência dessa passagem; não há alteração do estado da mesa que indique que está a receber energia quando um carrinho desliza sobre ela sem atrito.

Estes dois exemplos permitem-nos concluir com confiança:

Quando uma **força é perpendicular ao deslocamento** o trabalho realizado pela força é **nulo**.

2.8 Forças e deslocamentos não colineares

Discutimos os casos de forças colineares e ortogonais a deslocamentos. Para completar, podemos agora considerar o caso geral em que a força e o deslocamento definem um ângulo qualquer. Este tópico será estudado de novo, com mais pormenor, no 11º ano.

2.8.1 Trabalho e energia num "escorrega"

Os parques aquáticos têm como principal motivo de atracção os "escorregas". Um fio de água reduz o atrito entre a superfície do "escorrega" e os seus utilizadores, que podem assim atingir velocidades suficientemente elevadas para fazer correr a adrenalina. Mas qual é realmente a velocidade que se pode atingir ao descer um escorrega?

Tomemos o comprimento do escorrega como sendo d e o desnível entre o início e o fim como sendo h (ver Fig. 2.15). Valores típicos são $h = 8\,\mathtt{m}$ e $d = 20\,\mathtt{m}$. Comecemos por considerar este problema do ponto de vista de conservação de energia.

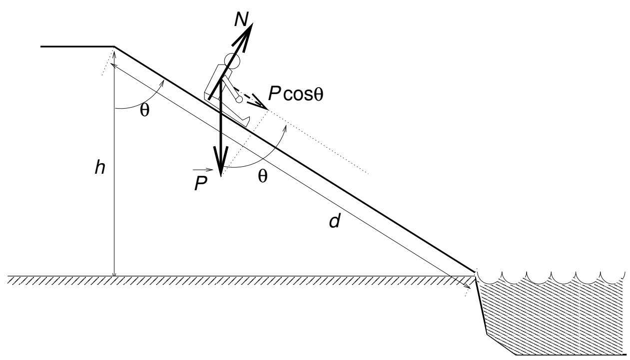


Figura 2.15: Num escorrega as forças sobre o utilizador são a reacção normal da superfície e o peso do cliente. Os escorregas são desenhados para reduzir o atrito, a componente da força da superfície paralela a esta.

Sendo a velocidade inicial nula, a energia inicial é potencial gravítica. Tomando a altura final como nível de referência ($z_f = 0$), a energia inicial é

$$E = mgh$$

em que m é a massa do utilizador do "escorrega". No fim da descida a energia é

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_f = \frac{1}{2}mv^2.$$

Se a energia se conserva, teremos

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

ou

$$v^2 = 2gh.$$

Para $h = 10\,\mathtt{m}$ obtemos $v = 14,1\,\mathtt{m\,s}^{-1} = 51\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

Trabalho na descida de um escorrega

O cálculo anterior, que como veremos está efectivamente correcto, pode, no entanto, levantar algumas interrogações:

- Neste movimento há deslocamento horizontal, não apenas vertical. A expressão da energia potencial gravítica, $E_p = mgz$, continua a ser válida quando as coordenadas x e/ou y variam também, além de z?

- A força exercida pela superfície do escorrega não realiza trabalho? Se a resposta for sim, a energia total da pessoa que desce, potencial gravítica mais cinética, varia.

Comecemos por responder à segunda pergunta.

Uma força, tal como um deslocamento rectilíneo, é caracterizada não apenas por um módulo (intensidade), mas também por uma direcção e um sentido: é uma grandeza vectorial. Isto significa, entre outras coisas, que podemos decompor uma força segundo duas direcções arbitrárias, desde que não sejam colineares. Por exemplo, a força $\vec{F}$ da Fig. 2.16 pode ser decomposta nas forças $\vec{F}_\parallel$ e $\vec{F}_\perp$, usando o método habitual de projecção de vectores: o efeito da força $\vec{F}$ é o mesmo que teriam, em conjunto, as forças $\vec{F}_\parallel$ e $\vec{F}_\perp$.

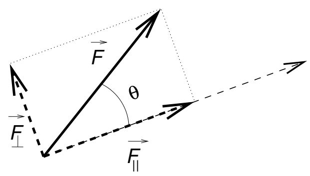


Figura 2.16: Decomposição de uma força segundo direcções perpendiculares.

Quando um corpo desliza sobre uma superfície esta exerce sobre o corpo uma força com duas componentes:

i) uma perpendicular à superfície, que impede o corpo de se movimentar para dentro da superfície, chamada reacção normal. O seu sentido (a não ser que a superfície tenha cola) é para o exterior.

ii) uma paralela à superfície, com sentido oposto ao deslocamento, a força de atrito.

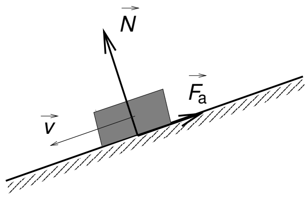


Figura 2.17: A força de contacto que a superfície exerce sobre o corpo tem uma componente normal, $\vec{N}$, e uma componente paralela à superfície de contacto, $\vec{F_a}$, a força de atrito.

Os escorregas são desenhados para reduzir o mais possível esta segunda componente. No caso ideal só existe a reacção normal e, como vimos atrás, uma força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

Sendo assim, só o peso do utilizador do escorrega realiza trabalho. Se decompusermos o peso segundo a direcção do deslocamento, $\vec{P}_{\|}$, e segundo a direcção perpendicular, $\vec{P}_{\perp}$, *só a primeira realiza trabalho.* Como $\vec{P}_{\|}$ é colinear com o deslocamento já sabemos calcular o respectivo trabalho.

Se for θ o ângulo entre a vertical e o plano do escorrega (ver Fig. 2.15), o módulo de $\overrightarrow{P_{\|}}$ é $P\cos\theta = mg\cos\theta$. O trabalho realizado pelo peso é

$$w_p = P_{\|} \times d = mg\cos\theta \times d.$$

Como $\cos\theta = h/d$ obtemos

$$w_p = mgh.$$

A variação de energia cinética é o trabalho do peso, já que a reacção normal da superfície não realiza trabalho,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh.$$

Este é exactamente o resultado que tínhamos obtido por conservação de energia.

A expressão da energia potencial gravítica $E_p = mgz$ continua a ser válida no caso geral em que o deslocamento não é na vertical. O trabalho da componente do peso paralela ao deslocamento é $mgd\cos\theta$, em que θ é o ângulo entre o deslocamento e a direcção vertical, sentido descendente. Ora, $d\cos\theta = -\Delta z$, o simétrico da variação da altura, o que dá $w_p = mg\Delta z$. Se recordarmos que $w_p = -\Delta E_p$, vemos que de facto $\Delta E_p = mg\Delta z$.

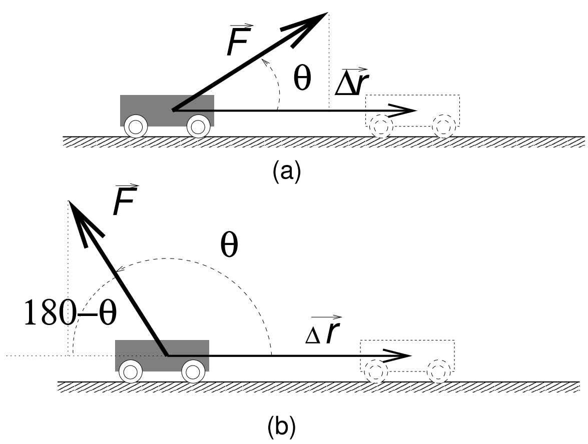


Figura 2.18: No caso (a) o trabalho da força é positivo (o carrinho recebe energia), no caso (b) negativo (cede energia). Em qualquer dos casos é dado por $F\Delta r\cos\theta$ em que F e Δr são os módulos da força e do deslocamento, respectivamente.

2.8.2 Trabalho de forças não colineares com deslocamento

Este exemplo mostrou-nos como podemos calcular o trabalho quando as forças e os deslocamentos não são colineares. Temos apenas de calcular o trabalho da componente da força na direcção do deslocamento.

No caso da Fig. 2.18-a o módulo da projecção da força na direcção do deslocamento, $F_{\|}$, é

$$F_{\|} = F\cos\theta$$

em que F é o módulo da força. O trabalho da força é

$$(F\cos\theta)\Delta r = F\Delta r\cos\theta$$

em que Δr é o módulo do deslocamento.

No segundo caso, o módulo da projecção da força na direcção do deslocamento é

$$F_{\|} = F\cos(180-\theta) = -F\cos\theta$$

($\cos\theta$ é negativo, pois $\theta > 90^{\circ}$). O trabalho é

$$w = -F\cos(180-\theta)\Delta r = F\Delta r\cos\theta.$$

Em resumo, sendo θ o ângulo entre uma força constante de módulo F e o deslocamento de módulo Δr, o trabalho da força é

$$w = F\Delta r \cos\theta.$$

Atenção: esta definição só está correcta se θ for o ângulo entre os sentidos da força e do deslocamento (ver Fig. 2.18). Se alguma vez isto parecer confuso, basta recordar:

> se a força contribuir para aumentar a velocidade na direcção do deslocamento, o trabalho é positivo e a energia aumenta. Se a força retardar o movimento, o trabalho é negativo e a energia diminui.

2.9 Actividades, questões e problemas

2.9.1 Actividades

2.1. **Lançamento de bola**
Atirar uma bola (ténis) e apanhá-la outra vez, suavemente.

(a) Quais são os sistemas em interacção?

(b) Quando é que a bola recebe energia da mão e quando é que cede?

(c) Representar num gráfico (esquemático) a velocidade e a energia da bola durante a interacção.

(d) Em alguns momentos da interacção, representar em esquema as forças da mão sobre a bola.

(e) Identificar o sentido da transferência de energia entre a mão e a bola no lançamento e na recepção. Relacionar o sentido de transferência de energia com os sentidos relativos de força e deslocamento no lançamento e na recepção da bola.

2.2. **Compressão/distensão de uma mola**
Pegar numa mola com as mãos, distendê-la e comprimi-la.

(a) A energia da mola aumentou ou diminuiu?

(b) Qual o sistema que transferiu energia para a mola?

(c) Qual a direcção e o sentido da força sobre a mola?

(d) Qual a direcção e o sentido do deslocamento do ponto onde foi aplicada a força?

(e) Relacionar as respostas às alíneas anteriores com o conceito de trabalho como transferência de energia.

2.3. **Máquinas simples**
Exploração do funcionamento de máquinas simples do ponto de vista de conservação de energia. Ver Ficha de actividade A4.

2.4. **Conservação de energia em queda livre**.
Medição da velocidade em função da altura de queda de um corpo. Ver Ficha de Actividade A5.

2.5. **Trabalho de forças variáveis**
Como se calcula o trabalho de uma força se esta variar durante o deslocamento? Ver Ficha de Actividade A6.

2.9.2 Problemas

Nos problemas seguintes, a não ser que explicitamente indicado, tome o valor da aceleração da gravidade $g = 10\,\mathtt{m\,s}^{-2}$.

2.1. **Joule-lunar**
Um `joule-lunar`, unidade inventada pelo Dr. E. X. Cêntrico, é a energia necessária para elevar um peso de um `newton`, de uma distância de um metro na superfície da Lua (peso medido na Lua, onde $g \approx 1,7\,\mathtt{m\,s}^{-2}$).

(a) Quantos `joule` vale um `joule-lunar`?

(b) Se o Dr. E. X. Cêntrico tivesse definido o `joule-lunar` como a energia necessária para elevar $100\,\mathtt{g}$ de um metro na superfície da Lua, quantos `joule` valeria?

2.2. **Trabalho na Lua**
Elevar um dado corpo na Terra necessita de um trabalho de $10\,\mathtt{kJ}$. Que trabalho é necessário para o elevar da mesma distância na Lua? ($g_{lua} \approx 1,7\,\mathtt{m\,s}^{-2}$).

2.3. **Estimativas de energias cinéticas**.
Estimar energias cinéticas de translação de diversos corpos. Para fazer algumas destas estimativas pode ser necessário pesquisar alguns valores de massas e velocidades. O objectivo não é ter um valor exacto mas uma ordem de grandeza.

(a) uma bola de um desporto (ténis, futebol, vólei, etc);

(b) uma bala de pistola;

(c) um atleta em corrida de 100 m;

(d) um ciclista e um automóvel ligeiro, ambos a $40\,\mathtt{km\,h}^{-1}$;

(e) um meteoro de 1 kg com a velocidade de escape $11\,\mathrm{km\,s}^{-1}$ (a velocidade a que atingiria a superfície da Terra se caísse de uma distância infinita no campo gravítico da Terra);

(f) a Terra no seu movimento orbital;

(g) um protão a 1/10 da velocidade da luz;

2.4. **Empurrar um carro**
É muito mais difícil pôr um automóvel em movimento, partindo do repouso, do que mantê-lo em movimento, com uma velocidade constante.

(a) Qual é o trabalho necessário para pôr o automóvel em movimento ($v \approx 1,5\,\mathtt{m\,s}^{-1}$, $m = 1000\,\mathtt{kg}$), partindo do repouso, se ignorarmos os atritos?

(b) Qual é o trabalho necessário para manter o automóvel em movimento, se ignorarmos os atritos?

2.5. **Saltos plataforma de 10 m**
Calcular a velocidade com que um saltador de plataforma de $10\,\mathtt{m}$ entra na água. Supor que cai na vertical, sem velocidade inicial, e que tem uma massa de $70\,\mathtt{kg}$. E se for uma criança de massa $45\,\mathtt{kg}$?

2.6. **Queda de bola de ping-pong**
Numa medição cuidadosa, verifica-se que a velocidade de uma bola de ping-pong ($m = 2\,\mathtt{g}$), ao fim de uma queda de $2\,\mathtt{m}$ de altura, é de $5,66\,\mathtt{m\,s}^{-1}$ ($g = 9,8\,\mathtt{m\,s}^{-1}$).

(a) Qual seria a velocidade se houvesse conservação de energia, potencial gravítica mais cinética?

(b) Qual foi o trabalho das forças de resistência do ar durante a queda?

2.7. **Velocidade de projécteis**
Um revólver, como os usados pela polícia norte-americana, dispara projécteis de massa $m = 7,4\,\mathtt{g}$ com uma velocidade de saída da arma de $303\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

(a) Qual é a energia cinética de uma bala à saída da arma?

(b) Se a bala for disparada na vertical e pudermos desprezar a resistência do ar, que altitude atingiria? Ao cair, seria mais ou menos perigosa que ao sair da arma?

(c) Na prática, o efeito da resistência do ar, é muito importante para projécteis a altas velocidades: a bala só sobe cerca de $500\,\mathtt{m}$. Qual foi o trabalho das forças de resistência do ar na subida? Obter uma estimativa, por excesso, da velocidade da bala ao atingir de novo o solo.

2.8. **Distância de paragem**
A distância de travagem de um veículo é aproximadamente proporcional à respectiva energia cinética. Se um automóvel a $30\,\mathtt{km\,h}^{-1}$ consegue parar em $10\,\mathtt{m}$, qual é a distância de paragem se a sua velocidade for o dobro, $60\,\mathtt{km\,h}^{-1}$?

2.9. **Potência de uma atleta**
Ao correr, uma atleta consome parte das suas reservas energéticas. A energia por unidade de tempo que o seu corpo disponibiliza para a tarefa de corrida é a potência da atleta. Seja essa potência P em esforço máximo, para uma atleta de 55 kg.

(a) Se correr em esforço máximo $400\,\mathtt{m}$ em trajecto plano, ou os mesmos $400\,\mathtt{m}$ com uma subida de 20 m em qual dos casos dispenderá a atleta mais energia?

(b) Que energia adicional tem que fornecer para elevar a sua altura de 20 m relativamente à posição inicial ?

(c) Se a potência em esforço máximo é a mesma nas duas corridas, como pode a energia dispendida aumentar?

(d) A atleta demora mais $9\,\mathtt{s}$ na segunda corrida do que na primeira. Qual é sua potência de esforço máximo?

2.10. **Energia Hidroeléctrica**
Numa barragem hidroeléctrica é armazenada água a uma certa altitude. Para produzir energia a água cai para uma cota mais baixa e acciona as turbinas. A energia de rotação das turbinas origina corrente eléctrica. Temos um exemplo claro de energia potencial gravítica como "fonte" de energia.

(a) Se o desnível entre a cota inicial e final for de 50 m, qual é a máxima energia que é possível produzir por m^3 de água descarregada?

(b) Para um caudal de descarga de $200\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{s}^{-1}$ qual é a energia máxima produzida por segundo? Qual a potência em MW?

(c) Por que é que se usou a designação *máxima* nas alíneas a) e b)?

(d) No capítulo 1, refere-se que são necessários em média $15\,\mathrm{m}^3$ de água por quilowatt-hora (kWh) de energia produzida. A que altura de queda efectiva corresponde este valor?

2.11. **O salto *bungee* (1)**
Num salto *bungee* podemos distinguir as seguintes fases abaixo enumeradas. Para cada uma delas discutir as variações de todos os termos que constituem a energia total do sistema: se aumentam, se diminuem, ou se se mantêm constantes.

Fase 1: desde o início até os elásticos começarem a esticar.

Fase 2: desde que os elásticos começam a esticar até terminar a queda.

Fase 3: durante o período em que os elásticos se contraem de novo até ao seu comprimento sem tensão.

Fase 4: em que o saltador está de novo apenas sujeito à força gravítica.

2.12. **O salto *bungee* (2)**
Quando o saltador chega à posição em que os elásticos começam a esticar (altura h_1, ver Fig. 2.11), a sua velocidade começa a dominuir, continua a aumentar ou passa a ser constante? Justificar.

2.13. **O salto *bungee* (3)**
Um elástico bungee com uma constante elástica $k = 100\,\mathrm{N\,m}^{-1}$ tem um comprimento, sem tensão, de $10\,\mathrm{m}$. O elástico está suspenso a $30\,\mathrm{m}$ de altura.

(a) O salto é seguro para uma criança com uma massa de $40\,\mathrm{kg}$?

(b) E para um adulto com massa de $80\,\mathrm{kg}$?

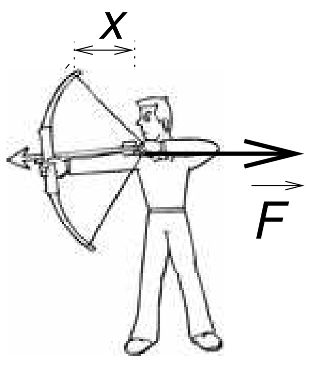


Figura 2.19: O arqueiro puxa a seta de uma distância x.

2.14. **O arco e flecha**
A relação entre o módulo da força que um arqueiro exerce, F, e a distância, x, que deslocou para trás a corda do arco é quase linear, $F = kx$. Dados de um arco concreto são

$F = 171\,\mathtt{N}$ para um deslocamento de $43\,\mathtt{cm}$. A massa de uma flecha é de $20,1\,\mathtt{g}$ [13].

(a) Qual é o trabalho realizado pelo arqueiro para tensionar o arco?

(b) Se a flecha partir com toda a energia elástica armazenada no arco, com que velocidade partirá?

(c) Na realidade a eficiência de uma arco moderno de competição anda à volta de 70%. Isto é, só cerca de 70% da energia fornecida no acto de tensionar o arco acaba como energia cinética da flecha. Qual é a velocidade de saída da flecha?

2.15. **Saltos de esqui**
Os esquiadores podem sair de uma rampa de salto de esqui a uma velocidade de cerca de $90\,\mathtt{km\,h^{-1}}$. O ângulo da rampa com a horizontal é cerca de 30°. Com estes dados e supondo que a força de atrito da rampa é desprezável calcular:

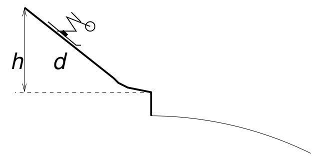


Figura 2.20: Salto de esqui.

(a) O desnível entre a posição de partida e a posição onde é iniciado o salto, h.

(b) O comprimento da rampa de saída;

(c) Que dado é necessário para poder calcular o trabalho do peso do esquiador durante a descida da rampa para o salto?

2.16. Um avião, voando $300\,\mathtt{m}$ de altitude, a uma velocidade de $400\,\mathtt{km\,h^{-1}}$, larga uma bomba de $200\,\mathtt{kg}$.

(a) Qual é a energia cinética da bomba ao ser largada?

(b) Qual é a energia cinética da bomba ao atingir o solo, se ignorarmos a resistência do ar?

2.17. **Saltos de mota**
Um motociclista executa um salto, subindo um rampa que faz um ângulo de 15° com a horizontal. A sua velocidade à saída da rampa é de $90\,\mathtt{km\,h^{-1}}$. No seu voo, sobe até $2\,\mathtt{m}$ acima do topo da rampa (medidos na vertical). Que velocidade tem o motociclista ao passar a essa altura máxima?

2.18. **Mentira desmascarada por um físico.**
Um condutor causou um acidente ao entrar num cruzamento a $60\,\mathtt{km\,h^{-1}}$. Disse em tribunal que estava parado no seu

carro a 50 m do cruzamento e que ficou sem travões; como a rua descia, o carro embalou e ele nada pôde fazer. Um investigador da companhia de seguros foi ao local, fez uma medição e provou que o condutor estava a mentir.

(a) Que medição fez o perito?

(b) Que inclinação[2] teria que ter a estrada para que o perito não pudesse tirar a conclusão que tirou?

2.9.3 Desafios

2.1. **Consumo automóvel**

A força de resistência do ar ao movimento de um automóvel pode calcular-se pela seguinte expressão

$$F = c\rho A v^2$$

em que:

- c é o coeficiente aerodinâmico, sem dimensões, e vale entre $0.3 \sim 0,4$.
- ρ é a massa volúmica do ar;
- A é a área da secção recta do automóvel;
- v é a velocidade do automóvel.

(a) Para um automóvel que se desloca a $90\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ qual é a energia transferida devido à resistência do ar em 1 h de viagem ($c = 0,35$)? (estimar a área da secção recta).

(b) Se o consumo de gasolina for essencialmente devido a esta transferência, e o automóvel gastar 7 litros de combustível aos 100 (km), em terreno horizontal, qual será o consumo se o automóvel fizer um trajecto de uma hora, à mesma velocidade de $90\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, mas com uma subida de 1000 m ?

(c) Na realidade, se o motor funcionar, o automóvel consome gasolina mesmo parado. Calcular o consumo na subida, conhecendo:

i. o consumo C_1 com o automóvel parado, mas com o motor a funcionar em regime semelhante ao que é necessário para obter $90\ \mathrm{km\,h^{-1}}$;

[2]Em Portugal, a inclinação, i, de uma estrada é dada em percentagem do seguinte modo: $i = 100 \times (h/d)$ em que h é variação de altitude para um troço de estrada de comprimento d.

ii. o consumo C_2 em terreno horizontal a 90 $\mathrm{km\,h^{-1}}$.

2.2. **Tempos de subida e descida**
Se um corpo é lançado na vertical verifica-se que o tempo que demora até atingir a altura máxima é igual ao tempo que demora a descer à altura de lançamento, se não houver resistência do ar.

(a) Porquê? Que relação tem esse facto com a conservação de energia?

(b) E se houver resistência do ar, os dois tempos continuam a ser iguais? Se não, qual é o maior: o de subida ou de descida?
Sugestão: pensar na velocidade com que o corpo passa a uma dada altura na subida e na descida.

Capítulo 3

Colisões

3.1 Colisões em Física

Na fronteira entre a França e a Suíça, junto ao Lago Genebra, existe um túnel de 27 km de comprimento. Não serve para apressados motoristas atravessarem complicadas passagens de montanha com mais rapidez. Se o percorremos integralmente, voltaremos ao lugar de partida: é um anel. Faz parte do maior laboratório de Física de partículas do mundo, o CERN.

Figura 3.1: Fotografia aérea do CERN, junto ao lago Genebra. Estão marcados na foto alguns dos anéis aceleradores deste laboratório. O maior ocupa um túnel de 27 km de perímetro [3].

O túnel está repleto de material científico, magnetos, câmaras de radio-frequência, detectores. No interior de um tubo de alto vácuo, circularam[1] os únicos viajantes deste túnel, electrões e positrões, guiados e aceleradas até velocidades próximas da luz, por uma combinação judiciosa de campos eléctricos e magnéticos. Para quê?

Os electrões (carga negativa) e os positrões (carga positiva) eram acelerados no túnel em sentidos opostos. Em alturas determinadas, os dois feixes colidiam em zonas do anel equipadas com detectores de partículas. As enormes quantidades de energia dos feixes materializavam-se em partículas que emergiam da zona da colisão, para serem detectadas e medidas nos detectores. Foram conseguidas, por este processo, várias descobertas muito importantes, sobre a constituição mais fundamental da matéria.

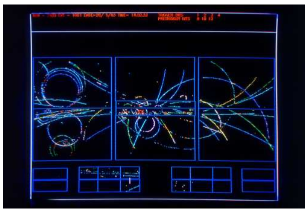


Figura 3.2: Exemplo de um evento registado no CERN. As trajectórias das partículas são reconstruídas por computadores a partir de sinais electrónicos nos detectores[3].

O uso de colisões para estudar a constituição da matéria e as interacções entre os seus constituintes é, contudo, muito anterior à construção de aceleradores de partículas como os do CERN. Em 1911, Ernest Rutherford, um físico neo-zelandês, a trabalhar em Inglaterra, descobriu a existência do núcleo atómico, estudando o modo como as partículas α eram desviadas em colisões com átomos de uma folha de ouro.

Há uma enorme quantidade de conceitos de física envolvidos na análise das colisões do CERN, ou mesmo nas mais modestas colisões estudadas por Rutherford. Neste capítulo, far-se-á apenas uma muito breve introdução a conceitos relacionados com a conservação de energia em colisões.

3.1.1 O que é uma colisão?

O que é uma colisão entre duas bolas de bilhar? As bolas aproximam-se uma da outra, cada uma movendo-se como se a outra não existisse, até se tocarem. Depois afastam-se com velocidades modificadas. A interacção entre elas parece ser instantânea, ou, pelo menos, ter uma duração tão curta, que dela não nos apercebemos. A colisão de uma bola de basquetebol com o solo é semelhante.

Estes exemplos poderiam levar-nos a associar a noção de colisão a uma interacção de contacto muito breve. Mas, o conceito de "contacto" não existe ao nível atómico. O tamanho de um átomo, cerca de $1\,\text{Å} = 10^{-10}\,\mathtt{m}$, é essencialmente determinado pela distância a que os electrões se movem em torno do núcleo; o átomo é,

[1] Neste momento não correm experiências, porque este túnel está a ser modificado para instalar um novo acelerador de partículas, o LHC, Large Hadron Collider, previsto para entrar em funcionamento em 2007.

■ Equação de Einstein ■

Além do princípio de conservação de energia, que temos discutido, existe um outro, descoberto há mais tempo, que é a lei de conservação de massa, de Lavoisier. Se as partículas que constituem a matéria (electrão, protão, neutrão, etc) existissem para sempre, a lei de conservação de massa seria uma consequência de o número destas partículas ser constante. Sabemos, hoje, que é possível criar e destruir partículas, transformá-las em outras partículas ou em radiação.
Einstein descobriu que não havia duas leis de conservação separadas, massa e energia, mas apenas uma. Aos termos de energia que já conhecemos, associados a movimento, ou interacções, juntou um termo, para cada partícula de massa m, chamado a energia em repouso e dada pela mais célebre fórmula da Física:

$$E = mc^2,$$

em que c é a velocidade da luz.
A massa não é conservada (as partículas podem ser destruídas e criadas) mas a energia total é, se incluirmos os termos de energia em repouso.
Nas colisões electrão-positrão dos aceleradores do CERN, as energias cinéticas do electrão e do positrão são tão elevadas (velocidades próximas da luz), que é possível criar um grande número de partículas, de massa muito mais elevada que as do electrão ou do positrão. Se a massa total das partículas emergentes da colisão for M, a conservação de energia implica que

$$2m_e c^2 + E_c = Mc^2 + E_c',$$

em que E_c é a energia cinética total do electrão e positrão que colidem e E_c' é a energia cinética total das partículas que resultam da colisão, mais a energia da radiação.
Como explicar, então, a lei de Lavoisier? As partículas mais leves que se conhecem são os electrões e positrões. Para criar um par (não é possível criar um electrão sem criar um positrão), é necessário dispor de uma energia de:

$$2m_e c^2 = 2 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2 = 1,6 \times 10^{-13}\,\mathtt{J} = 10^6\,\mathtt{eV}.$$

Nas reacções químicas entre duas moléculas são libertadas energias da ordem de $1\,\mathtt{eV}$. Nunca há energia suficiente para criar, sequer, a partícula mais leve. Daí que a massa seja conservada. Mas se a energia for suficientemente elevada, ou se juntarmos uma partícula com a sua anti-partícula, como nos aceleradores do CERN, isso deixa de ser verdade.

Caixa 3.1: Relação de Einstein e conservação de energia.

sobretudo, espaço vazio. As forças que os átomos (neutros) exercem uns sobre os outros são muito fracas, quando as distâncias são grandes comparadas com o tamanho atómico, mas tornam-se muito fortes, e repulsivas, quando a distância é da ordem, ou menor, que o tamanho atómico. Por isso nos parece que objectos como bolas de bilhar só interagem quando se tocam.

No outro extremo, os astrofísicos estudam colisões entre galáxias, em que as distâncias entre as estrelas que as compõem são da ordem do tamanho de uma galáxia e a colisão pode durar 100 milhões de anos.

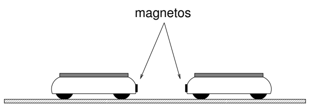


Figura 3.3: Os magnetos impedem os carros de se aproximarem demasiado.

Na actividade 3.2, observam-se colisões entre carros, numa calha de alumínio, sem que estes realmente se toquem. Na extremidade de cada carro existem dois magnetos. Quando os carros se aproximam demasiado, as forças repulsivas entre os magnetos tornam-se elevadas e, num curto intervalo de tempo, o movimento dos carros é alterado. Se os carros não se tocam, será que deveremos chamar a isto uma colisão?

Quando se reflecte um pouco em todos estes exemplos, chegamos à conclusão que, o que importa, realmente, neste tipo de interacção, é que existe um tempo durante o qual os objectos se movem independentemente um do outro, sem forças mútuas; depois interagem durante um intervalo de tempo limitado e finalmente emergem da interacção (eventualmente modificados), de novo livres de interacções mútuas.

Em resumo, o que caracteriza uma colisão, é que há um *antes* e um *depois* em que o movimento é fácil de descrever porque não há interacções.

▷ Actividade 3.1

Por esta razão, princípios de conservação, como o da energia, são muito importantes na análise e discussão de colisões. O que acontece durante a colisão, pode ser complexo e extremamente difícil, ou impossível, de descrever. Mas as grandezas conservadas, como a energia, não podem mudar e permitem-nos relacionar os estados inicial e final do sistema.

3.2 Conservação de energia em colisões

▷ Actividade 3.2

Para ser concreto, tomemos uma colisão entre dois carros como os da Actividade 3.2. Quando os carros estão afastados, não interagem. A respectiva energia potencial é constante, pois não há forças mútuas que possam realizar trabalho. Como vimos atrás, podemos tomar essa constante como zero. A energia dos carros antes da colisão é cinética:

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2.$$

m_1 e m_2 são as massas dos dois carros e v_1 e v_2 as respectivas velocidades antes da colisão.

Se as velocidades *depois* da colisão forem v_1' e v_2', a energia será:

$$E' = \frac{1}{2}m_1{v'}_1^2 + \frac{1}{2}m_2{v'}_2^2.$$

Havendo conservação de energia, teríamos:

$$E = E'.$$

Na Actividade 3.2 verifica-se que, em geral, isto não acontece. O mais frequente é ter-se $E' < E$, embora seja possível preparar situações em que se verifica o contrário[2]. Vejamos exemplos:

a) Se dois carros idênticos colidem com velocidades de módulo igual e sentidos opostos e ficam juntos (colados), a respectiva velocidade final é nula. Senão, repare-se: dois carros iguais, a mover-se com velocidades de módulo igual, um em direcção ao outro. Colidem e ficam juntos. Por que razão haveriam de se mover num sentido e não no sentido oposto? O único resultado compatível com a simetria da situação é uma velocidade final nula. Neste caso a energia cinética final é zero.

b) Uma bola de basquete, vólei, ou ténis, nunca sobe à altura inicial se for deixada cair sobre uma superfície rígida. Isso significa que perdeu energia cinética ao colidir com o solo. Se partiu do repouso, a sua energia inicial era $E = mgh$. Se atingir a altura h', a sua energia é $E' = mgh'$ (a velocidade é nula no ponto de altura máxima). A maior parte da energia perdida, $mg(h - h')$, é devida à colisão com o solo.

Estas colisões, em que não há conservação de energia cinética, chamam-se inelásticas. As colisões entre objectos macroscópicos, em geral, são inelásticas, em maior ou menor grau. O que acontece à energia? Numa colisão inelástica não há conservação de energia?

[2]Eis um exemplo: prepara-se um carrinho com uma mola comprimida na extremidade. Se a mola for libertada na colisão a energia cinética do conjunto pode aumentar.

3.2.1 Movimento da molécula de O_2

▷ Actividade 3.3

Na Actividade 3.3 consideram-se vários exemplos de colisões inelásticas em que se torna evidente que a energia cinética perdida pode ser transferida para outros movimentos, que não o de translação do corpo.

Para compreender melhor esta situação, vamos considerar um corpo muito simples, a molécula de O_2. Tem dois átomos de oxigénio à distância de $1,48\,\text{Å}$. A massa da molécula é quase exclusivamente devida à massa dos dois núcleos, cujas dimensões são muito inferiores à da própria molécula. Assim, a energia cinética associada ao movimento da molécula é, no essencial, a energia cinética dos dois núcleos[3]:

$$E_{O_2} = \frac{1}{2}m_O v_1^2 + \frac{1}{2}m_O v_2^2. \tag{3.1}$$

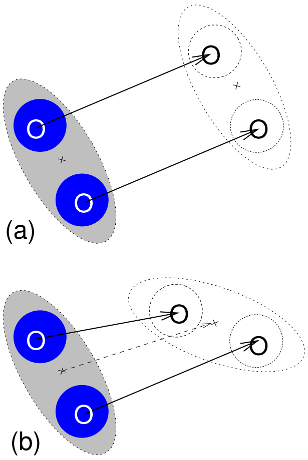


Figura 3.4: (a) Numa translação, os dois átomos de oxigénio têm o mesmo deslocamento e a mesma velocidade; (b)num movimento mais geral têm velocidades diferentes.

Se as velocidades dos dois núcleos forem iguais (em módulo, direcção e sentido), a molécula tem um movimento dito de **translação**. Nesse caso podemos dizer que a velocidade da molécula é $v = v_1 = v_2$ e

$$E_{O_2} = \frac{1}{2}(2m_O)v^2 = \frac{1}{2}m_{O_2}v^2.$$

Mas, o movimento de translação é uma situação muito especial. Os átomos de oxigénio podem rodar ou oscilar em torno da posição média. As velocidades de cada átomo são, em geral, diferentes e $v_1 \neq v_2$. O que é, nesse caso, a **velocidade da molécula?**

3.2.1.1 Centro de massa

O ponto médio entre os dois núcleos (sobre o segmento que os une, a distância igual dos dois núcleos) é designado por **centro de massa** da molécula de O_2. O movimento dos dois núcleos implica que o ponto médio entre eles também se desloque. Podemos tomar a sua velocidade, v_{cm}, como sendo a velocidade da molécula, como um todo.

A vantagem desta escolha particular é que a energia cinética total da molécula se pode escrever na forma[4]:

$$E_{O_2} = \frac{1}{2}m_{O_2}v_{cm}^2 + E'.$$

[3] A contribuição electrónica para a energia da molécula é importante e uma parte significativa dessa energia é energia cinética dos electrões. Mas essa energia só varia se houver uma mudança de estado electrónica, uma alteração da nuvem electrónica. Em geral, isso não acontece numa colisão entre duas moléculas ou com outros átomos a baixas energias.

[4] A demonstração deste resultado será feita no 11º ano.

O primeiro termo é exactamente o que esperaríamos, se a molécula fosse uma partícula simples, com movimento definido pela posição de um ponto. Isto é, se a molécula fosse uma **partícula material.** O segundo termo é a energia cinética dos núcleos no seu movimento relativo ao centro de massa. Ou seja,

▷ **Partícula material**: um sistema físico numa situação em que o seu movimento pode ser descrito pela posição de um ponto.

$$E' = \frac{1}{2}m_O v_1'^2 + \frac{1}{2}m_O v_2'^2.$$

As velocidades v_1' e v_2' são medidas tomando como origem de coordenadas o centro de massa, ponto médio entre os dois núcleos.

Imaginemos agora uma colisão desta molécula com um átomo de Hélio, por exemplo, conforme se mostra na Fig. 3.5.

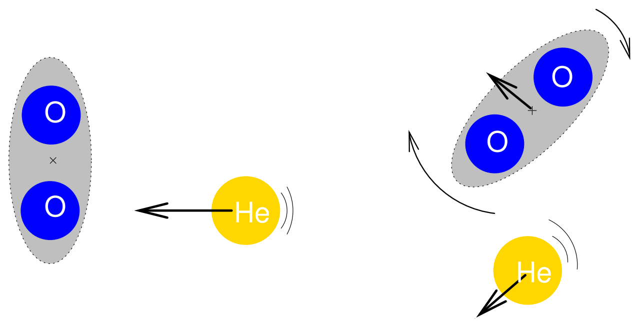


Figura 3.5: A molécula de O_2, após a colisão, tem movimentos de rotação e de vibração, sobrepostos ao de translação.

Se não olharmos para "dentro" da molécula de O_2, e seguirmos apenas o movimento do seu centro de massa, usando um modelo de partícula material, será de esperar que se conserve a energia cinética,

$$\frac{1}{2}m_{O_2} v_{cm}^2 + \frac{1}{2}m_{\text{He}} v_{\text{He}}^2?$$

Na geometria da Fig. 3.5, a molécula de O_2 terá, certamente, um movimento de rotação em torno do seu centro; a sua energia cinética total não será apenas o termo associado ao movimento do centro de massa. Em geral, haverá até uma oscilação dos dois núcleos em torno da posição de equilíbrio e teremos uma contribuição de energia potencial, resultante da interacção entre eles. A equação do balanço da energia terá de incluir *todos os termos que podem variar na interacção:*

$$\frac{1}{2}m_{\text{He}} v_{\text{He}}^2 + \frac{1}{2}m_{O_2} v_{cm}^2 + E' + E_p = \text{const.}$$

Em resumo: não há conservação da soma das energias cinéticas do átomo de hélio e da molécula de O_2, considerados como partículas materiais. Mas há conservação de energia quando levamos todos os movimentos em consideração.

3.2.2 Energia cinética de translação e centro de massa

Veremos no 11º ano que o conceito de **centro de massa** é aplicável a qualquer sistema complexo de massas, desde um átomo até uma galáxia. Trata-se de um ponto cuja posição é determinada, em cada instante, pelas posições da massas do sistema e cuja velocidade, $\vec{v}_{cm}$, permite a seguinte decomposição da energia cinética total do corpo:

A energia cinética total de um corpo pode escrever-se na forma:

$$E_c = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + E'$$

em que:

- M é a massa total do corpo;
- $\vec{v}_{cm}$ é a velocidade do centro de massa;
- E' é a energia cinética de movimento relativo ao centro de massa.

Para objectos geometricamente regulares, com distribuição simétricas de massa (esferas, cilindros, cubos), a posição do centro de massa coincide com o centro geométrico do corpo. Não vamos, de todo, considerar situações mais complexas.

O termo de energia cinética associado ao movimento do centro de massa é designado por **energia cinética de translação.**

3.2.3 O modelo de partícula material

Mesmo sem o sabermos, usámos, em todo o capítulo 2, um modelo de partícula material para descrever o movimento dos corpos. Ao falarmos na **velocidade de um corpo** estamos a supor que o seu movimento pode ser descrito pela variação de posição de um ponto. Os corpos macroscópicos podem ter movimentos muito mais complexos. Aquilo a que chamámos energia cinética de um corpo era, realmente, apenas a energia cinética de translação, determinada pelo movimento do centro de massa. Se só esse termo variar num determinado processo, o modelo de partícula material é apropriado.

Por exemplo, no movimento orbital da Terra em torno do Sol, é muito boa aproximação considerar apenas as variações de energia associadas ao movimento de centro de massa da Terra: o modelo de partícula material é aplicável. Já numa colisão de uma molécula de O_2 com um átomo de He, este modelo pode não ser adequado.

Estes exemplos mostram que o modelo de partícula material nada tem a ver com o tamanho ou a complexidade do sistema. Tem apenas a ver com o facto de, em muitas situações, as variações de energia poderem ser caracterizadas em termos do movimento do centro de massa.

A energia cinética de translação, $Mv_{cm}^2/2$, é apenas um dos termos associados ao movimento de um corpo. Quando dois corpos interagem, em geral, a soma das respectivas energias cinéticas de translação não se conserva, podendo haver transferência de energia do movimento de translação de cada um dos corpos para outros tipos de movimento. É isto que se passa numa colisão inelástica.

3.2.4 Coeficiente de restituição

Numa colisão, que quantidade de energia cinética pode ser transferida para outros modos? Toda? Só uma parte?

Na Actividade 3.2 investigamos colisões entre dois carros de iguais massas, m. Algumas são colisões fortemente inelásticas: perde-se uma parte substancial (ou mesmo a totalidade) da energia cinética.

Temos duas maneiras de escrever a energia cinética dos dois carros (ver Caixa 3.2) :

a) Como a soma das energias de cada um dos carros:

$$E_c = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2.$$

b) Como a soma da energia cinética de translação do **sistema dos dois carros** com a energia cinética de movimento relativo

■ Cálculos de energia cinética de translação ■

Exemplo 1: Se os dois carros se aproximam um do outro com velocidades de sentido oposto e igual módulo, v, a energia cinética total é

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2.$$

O centro de massa (ponto médio entre os dois carros) não se move, porque os carros deslocam-se a mesma distância em tempos iguais. Assim, $v_{cm} = 0$. A energia cinética de translação do **sistema** de dois carros é nula. Toda a energia cinética é de movimento relativo:

$$E' = E_c.$$

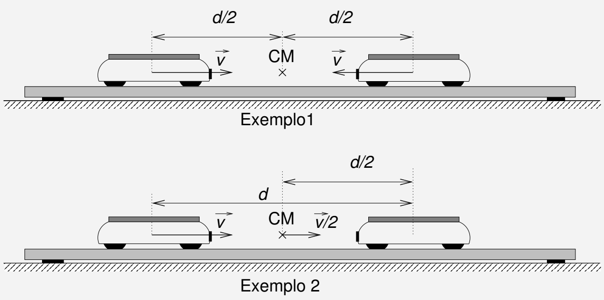
Exemplo 2: Se um dos carros está parado e o outro se aproxima com velocidade v, a energia cinética total é

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Quando o carro em movimento avança de x, o ponto médio entre os dois carros avança de $x/2$. Logo, a velocidade do centro de massa é $v/2$. A energia cinética de translação é

$$E_{tr} = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv^2$$

ou seja, metade da energia cinética total.



Caixa 3.2: Exemplos de cálculo da energia cinética de translação de um sistema de dois corpos.

ao centro de massa (que é o ponto médio entre os carros, como no caso da molécula de O_2):

$$E_c = \frac{1}{2}(2m)v_{cm}^2 + E'$$

É muito importante distinguir a energia de translação do **sistema dos dois** carros, da soma das energias cinéticas de translação de cada carro.

Para dois carros iguais, a posição do centro de massa do sistema é o ponto médio entre os dois carros. A velocidade do centro de massa do sistema é a velocidade desse ponto. Por exemplo, se os carros se aproximarem um do outro com velocidades de módulo igual, v, o ponto médio entre eles não se desloca: $\vec{v}_{cm} = 0$ e a energia cinética de translação do **sistema** é nula (ver Caixa 3.2 da página 74). Mas a energia cinética de translação de cada carro é $mv^2/2$.

Veremos, no 11º ano, que as leis do movimento de Newton implicam a conservação da **energia cinética de translação de um sistema isolado** (os dois carros no nosso exemplo). *A única parte que pode variar numa colisão é a energia cinética de movimento relativo ao centro de massa, E'.*

É habitual caracterizar o grau de inelasticidade de uma colisão pelo respectivo **coeficiente de restituição, e,** definido do seguinte modo. A razão entre as energias cinéticas de movimento relativo depois e antes de uma colisão, E'_f e E'_i, é o quadrado de e:

$$e^2 = \frac{E'_f}{E'_i}.$$

Quando os corpos que colidem ficam juntos após a colisão, a velocidade de cada corpo é também a velocidade do centro de massa: não há movimento relativamente ao centro de massa. Neste caso, $E'_f = 0$ e $e = 0$: a colisão diz-se perfeitamente inelástica.

Se houver conservação de energia cinética, $E'_f = E'_i$ e $e = 1$: a colisão é elástica.

3.2.4.1 Colisão com um objecto fixo

Uma colisão com um objecto fixo, como uma parede, pode ser incluída, da seguinte forma, na discussão anterior.

Um objecto fixo funciona como um corpo de massa infinita (a parede está fixa à casa, que por sua vez está rigidamente ligada ao solo, etc.). Neste caso, o centro de massa do sistema pode ser considerado como sendo o centro de massa do objecto de massa infinita, que permanece imóvel; logo, $v_{cm} = 0$. O quadrado do coeficiente de restituição é simplesmente:

$$e^2 = \frac{E_f}{E_i} = \frac{mv_f^2/2}{mv_i^2/2} = \frac{v_f^2}{v_i^2},$$

em que m é a massa do sistema que colide com a parede e v_i e v_f são as suas velocidades, antes e depois da colisão. Sendo assim, o coeficiente de restituição é

$$e = \frac{v_f}{v_i}.$$

3.3 Actividades, questões e problemas

3.3.1 Actividades

3.1. **Colisão de bola com superfície**
Considerar a colisão entre uma bola e uma superfície nas seguintes situações limite:
i) Uma superfície muito deformável (como um membrana elástica) e uma bola rígida (como uma bola de bilhar).
ii) Uma superfície muito rígida (parede) e uma bola (muito) deformável.

Para estes dois casos:

(a) Fazer uma representação esquemática da configuração dos dois corpos, em função do tempo, incluindo vários instantes durante a colisão.

(b) Representar, nesses esquemas, as forças que a superfície e o corpo exercem mutuamente.

(c) Fazer um gráfico qualitativo da energia cinética da bola em função da sua posição relativamente à parede. Relacionar as variações de energia cinética da bola com o trabalho das forças que a parede exerce sobre ela.

3.2. **Colisões entre carrinhos**
Ver ficha de actividade A7.

3.3. **Colisões inelásticas**
Ver ficha de actividade A8.

3.4. **Ensaio**
Um colega, faz a seguinte afirmação:
"Quando atiro uma bola de plasticina à parede, a energia que imprimi à bola perde-se: a energia não é conservada". Escrever um texto (máximo de uma página A4) rebatendo essa conclusão, recorrendo a exemplos e a situações análogas à apontada pelo colega.

3.3.2 Problemas e questões

3.1. **Colisão de átomos de hélio**
Dois átomos de hélio, no respectivo estado fundamental, colidem com velocidades de $100\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

(a) Qual é a energia cinética total em electrões-volt?

(b) Sabendo que o primeiro estado excitado de um átomo de hélio está quase $20\,\mathtt{eV}$ acima do fundamental, esta colisão será elástica ou inelástica?

3.2. **Colisões entre automóveis (1)**
Como classificar uma colisão frontal entre dois automóveis?

(a) Elástica;

(b) fracamente inelástica ($e \lesssim 1$);

(c) fortemente inelástica ($e \approx 0$).

3.3. **Colisões entre automóveis (1)**
Considerar as seguintes colisões frontais entre automóveis idênticos ($m = 1000\,\mathtt{kg}$):

i) Um carro a $45\,\mathtt{km\,h}^{-1}$ colide com outro parado.

ii) Dois carros colidem com velocidades de $30\,\mathtt{km\,h}^{-1}$ de sentidos opostos.

(a) Calcular as energias cinéticas totais iniciais.

(b) Calcular as energia cinéticas iniciais de movimento relativo ao centro de massa.

(c) Qual destas colisões seria classificada de mais violenta (causadora de maiores danos nos automóveis e seus ocupantes)? Justificar.

3.4. **Bola de basquete**
Uma bola de basquetebol, largada do repouso de uma altura 1 m, só sobe a uma altura de 80 cm.

(a) Qual é o coeficiente de restituição da colisão com o solo?

(b) O coeficiente de restituição, em boa aproximação, é independente das velocidades iniciais dos corpos que colidem. A que altura subirá a bola de basquete no segundo ressalto do solo?

3.5. **Sucesso do CERN**
Um dos objectivos dos aceleradores de partículas é obter a máxima energia possível para permitir a criação de partículas de massa mais elevada. Por que é que uma configuração de dois feixes a viajar em sentidos opostos é mais eficaz do que uma colisão de um feixe com um alvo estacionário?

Parte II

Energia, Calor e Temperatura

Capítulo 4

Temperatura

4.1 Introdução

Temos à frente dois copos com água. São idênticos, têm a mesma quantidade de água, igualmente transparente; a massa é a mesma; a água ocupa o mesmo volume e está perfeitamente imóvel. Nada distingue os dois sistemas, aparentemente. Mas tocando na água com um dedo, verifica-se que os seus estados são, efectivamente, muito diferentes: um dos copos tem água quente e o outro água fria.

Apesar das primeiras aparências, a água está em estados diferentes em cada um dos copos, e o nosso sentido do tacto permite distingui-los, pois permite-nos sentir uma diferença de **temperatura.** Os termómetros são instrumentos capazes de traduzir esta grandeza, que é perceptível pelo nosso sentido do tacto, em variações de outras grandezas mais directamente **quantificáveis**: o volume de uma coluna de mercúrio, por exemplo, ou uma diferença de potencial eléctrica.

Quantificar: atribuir um valor numérico.

4.1.1 A temperatura é importante?

De que maneira!

Um desvio de mais de $0,5\,^{\circ}\mathrm{C}$ da temperatura normal do nosso corpo é suficiente para sabermos (e sentirmos) que não estamos bem. A necessidade de manter a temperatura em limites aceitáveis para o nosso corpo foi, e é, um dos grandes estímulos para o desenvolvimento da cultura e civilização humanas.

▷ Temperatura do corpo

■ Escalas de Temperatura ■

A Escala Internacional de Temperatura de 1990 estabelece como unidade de temperatura o `kelvin` (símbolo, `K`). Note-se que a unidade é o `kelvin`, não o *grau kelvin*. Veremos mais tarde que existe um limite inferior de temperatura, o Zero Absoluto, que a escala Kelvin toma como 0 K.
No dia-a-dia continuamos a usar a escala Celsius, definida a partir dos pontos de congelamento (0 °C) e ebulição (100 °C) de água pura à pressão atmosférica normal (nível do mar). A relação entre estas duas escalas é muito simples. Sendo T a temperatura em `kelvin` e t em graus Celsius,

$$T = t + 273,15.$$

Esta relação significa que a diferença de duas temperaturas em `kelvin` e em graus Celsius é expressa pelo mesmo número,

$$T_1 - T_2 = (t_1 + 273,15) - (t_2 + 273,15) = t_1 - t_2.$$

Por exemplo, a diferença entre as temperaturas de ebulição e congelamento da água é 100 K e 100 °C.
Existe ainda uma escala de temperatura muito usada em países de tradição anglo-saxónica, a escala Farenheit (unidade, grau Farenheit, °F). A tabela seguinte mostra as temperaturas de alguns pontos de referência nestas três escalas. Na escala Farenheit há 180 °F entre os pontos de congelamento e ebulição da água. Uma diferença de 1 K ou 1 °C corresponde então a $1,8$ °F.

Unidade	kelvin	grau Celsius	grau Farenheit
Símbolo	K	°C	°F
Ebulição da água	373,15	100	212
Congelamento da água	273,15	0	32
Zero Absoluto	0	-273,15	-459,67

Caixa 4.1: Escalas de temperatura

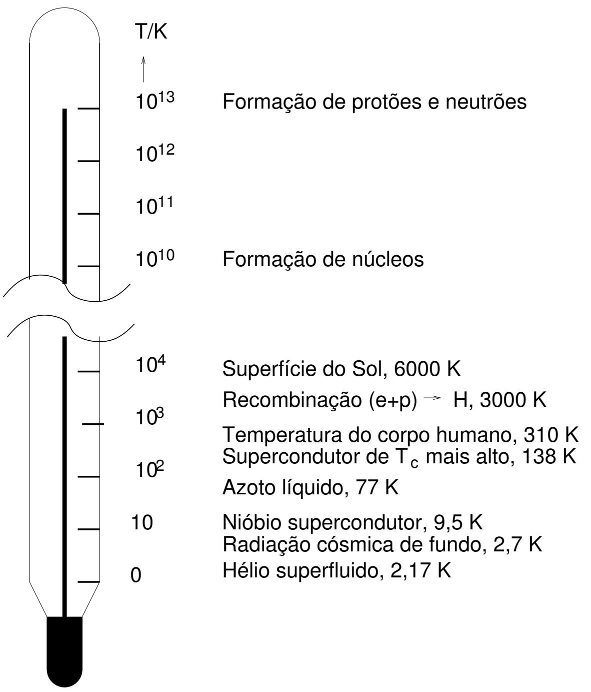


Figura 4.1: Algumas temperaturas importantes. Na história do Universo poderão ter ocorrido temperaturas ainda mais altas que 10^{13} K.

Um dos problemas ambientais mais controversos, o efeito de estufa, tem a ver, precisamente, com a questão da temperatura média à superfície da Terra. Uma subida de apenas alguns graus pode ter consequências extremamente graves, como a extinção de inúmeras espécies, a subida do nível das águas do mar, alterações nos níveis de precipitação, etc.

▷ O ambiente

Mas não precisamos de nos centrar nas necessidades da nossa espécie para percebermos a importância do conceito de temperatura na compreensão do nosso universo. A água, elemento fundamental para todas as espécies vivas, só existe no estado líquido (à pressão normal) entre 0 °C e 100 °C. As reacções químicas, que determinam a formação dos compostos, dependem da temperatura. Por exemplo, muitas das reacções de combustão, que constituem uma da nossas principais fontes de energia, requerem uma temperatura bastante mais elevada que a temperatura ambiente para se poderem iniciar. Depois disso, a energia que libertam é suficiente para manter a temperatura elevada.

▷ Reacções químicas

A própria constituição da matéria depende da temperatura. Acima de cerca de 3000 K, os electrões e os protões dos átomos de hidrogé-

▷ Constituição da matéria

nio começam a separar-se. A temperaturas da ordem das dezenas de milhares de `kelvin`, todos os átomos e moléculas se separam nos respectivos electrões e núcleos constituintes. A temperaturas ainda mais altas, da ordem de dez mil milhões de `kelvin,` 10^{10} `K,` os próprios núcleos se separam nos seus constituintes, protões e neutrões. E a temperaturas mil vezes superiores, 10^{13} K, até os protões e neutrões deixam de existir como partículas estáveis, existindo apenas um gás de *quarks*, os seus constituintes.

O modelo padrão da origem do Universo, teoria do Big-Bang, afirma que o Universo passou, na sua história, por estes estados de temperaturas muito elevadas e que a sua constituição era muito diferente daquilo que é hoje.

▷ Baixas temperaturas

No sentido oposto, temperaturas baixas, também abundam as surpresas. Nos locais mais frios do planeta Terra a temperatura pode descer até $-80\,^{\circ}$C, ou 193 K. Nos laboratórios de baixas temperaturas é possível ir ainda mais próximo do zero absoluto. A 77 K, $-196\,^{\circ}$C, o azoto, principal constituinte da atmosfera, torna-se líquido. Muitos metais, se suficientemente arrefecidos, tornam-se supercondutores, conduzindo corrente eléctrica sem qualquer resistência. Abaixo de cerca de 2 K ($-271\,^{\circ}$C), o Hélio (que é um líquido abaixo de 4 K, $-269\,^{\circ}$C) entra num estado notável, conhecido como superfluido. Se tentarmos levantar um recipiente de hélio, acima do banho de hélio superfluido, este sobe as paredes do recipiente e escorre de volta para o banho! E esta é apenas uma de várias propriedades supreendentes deste estado da matéria.

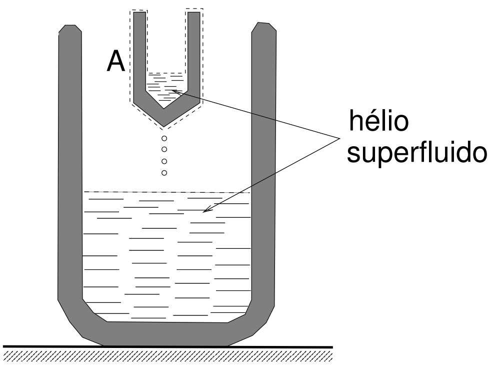


Figura 4.2: Se tentarmos elevar o recipiente **A** acima do banho de hélio superfluido, o hélio sobe as paredes de **A** e escorre de volta para o banho. Esta é apenas uma das propriedades surpreendentes do hélio líquido, no estado superfluido, que ocorre abaixo de uma temperatura de 2, 17 K.

4.1.2 O que é temperatura?

Neste capítulo tentaremos esclarecer as relações entre os conceitos de temperatura, energia e calor, recorrendo a observações experimentais de vários tipos.

Não é possível compreender um conceito novo de física, sem ver como ele aparece e é usado em situações concretas e como se relaciona com outros conceitos. Não se pode, simplesmente, dar uma definição, como num dicionário. Mas temos de ter um ponto de partida para sabermos do que estamos a falar. O exemplo dado no princípio deste capítulo mostra que todos temos alguma experiência intuitiva do que é a temperatura. Sabemos que um corpo pode estar mais quente ou mais frio, e que isso corresponde a estar a temperaturas diferentes. Sabemos, ainda, que os físicos aprenderam a medir essa grandeza usando termómetros. Como ponto de partida, isto é suficiente.

4.2 Temperatura e dissipação

Para aumentar a temperatura de um corpo temos que lhe fornecer energia. Eis uma afirmação que não surpreende ninguém. Para aquecer água temos que usar energia eléctrica ou um combustível, como o gás. As siderurgias, indústrias que têm que aquecer os metais até os fundirem, são grandes consumidoras de energia.

Esta energia é a mesma de que falamos no capítulo 2, ou é outra forma de energia, térmica ou calorífica, diferente da que associamos ao estado de movimento dos corpos?

Vimos atrás, que em sistemas em que existem forças dissipativas, como o atrito e a resistência do ar, o trabalho de forças externas resulta numa variação de energia que não podemos exprimir em termos de energia cinética e potencial do sistema.

> **Exemplo 1**: um corpo é arrastado sobre uma mesa horizontal por uma força aplicada, oposta à força de atrito entre a mesa e o corpo. A força externa realiza trabalho sobre este sistema (mesa mais corpo). Mas, a energia cinética do corpo não varia: o corpo não acelera porque a força total sobre ele é nula. Também não há variação de energia potencial: as duas posições na mesa são equivalentes no que diz respeito ao movimento do corpo. Para onde foi a energia transferida para o sistema como trabalho da força externa?

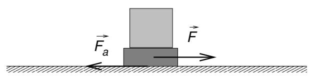


Figura 4.3: A força $\vec{F}$ realiza trabalho sobre o sistema corpo mais mesa. Mas o corpo não acelera por causa da força de atrito. Para onde vai a energia?

Exemplo 2: Um carro desloca-se a 60 $\mathtt{km\,h}^{-1}$. A sua energia cinética é cerca de ($m \approx 1000\,\mathtt{kg}$)

$$\frac{1}{2}10^3\left(\frac{60\times10^3}{3600}\right)^2 = 1,39\times10^5\ \mathtt{J}.$$

O condutor trava e alguns metros à frente o automóvel está parado. Para onde foi esta energia? Não foi transferida para energia potencial. Para recomeçar a andar é preciso usar o combustível do automóvel. E o depósito de gasolina não encheu com a travagem!

Exemplo 3: As colisões inelásticas, que discutimos no capítulo anterior, são outros exemplos do aparente "desaparecimento" de energia associado ao movimento de corpos macroscópicos. Interpretámos este "desaparecimento" como transferência para movimentos dos átomos que constituem os corpos, que não são perceptiveis como movimentos globais dos mesmos.

Se, por um lado, o trabalho externo não aparece como variação de energia cinética ou potencial nestes exemplos, por outro lado, é claro que estas transformações são acompanhadas de variações de temperatura:

- os travões e pneus do automóvel aquecem nas travagens;
- o atrito da cabeça de um fósforo na lixa aumenta a sua temperatura até ao ponto em que se inicia uma reacção de combustão e o fósforo acende. Na ausência deste, é possível acender uma fogueira esfregando dois paus secos;
- quando esfregamos vigorosamente as palmas da mão, uma na outra, sentimos um aquecimento apreciável da pele (vale a pena experimentar!).

▷ Actividade 4.1

- Na Actividade 4.1 poderá ver-se que é possível aquecer água agitando-a.

Estas observações sugerem que variações de temperatura estão associadas a variações de energia, independentemente da sua origem. Não parece haver um "tipo" de energia térmica especial. O que precisamos de investigar é a natureza da relação entre as variações de temperatura e de energia de um corpo. Será possível, usando termómetros, que medem temperatura, determinar variações de energia?

4.3 Temperatura e energia

Uma das maneiras de investigarmos a relação entre temperatura e energia consiste em juntar dois corpos a temperaturas diferentes de modo a trocarem energia apenas um com o outro. As respectivas temperaturas variam, mas a energia total deve ser constante. A energia que um recebe deve ser a que o outro cede. Isto vai-nos permitir relacionar as variações de temperatura e de energia de cada um dos corpos. Comecemos pelo caso mais simples de corpos da mesma substância.

4.3.1 Temperatura final de uma mistura

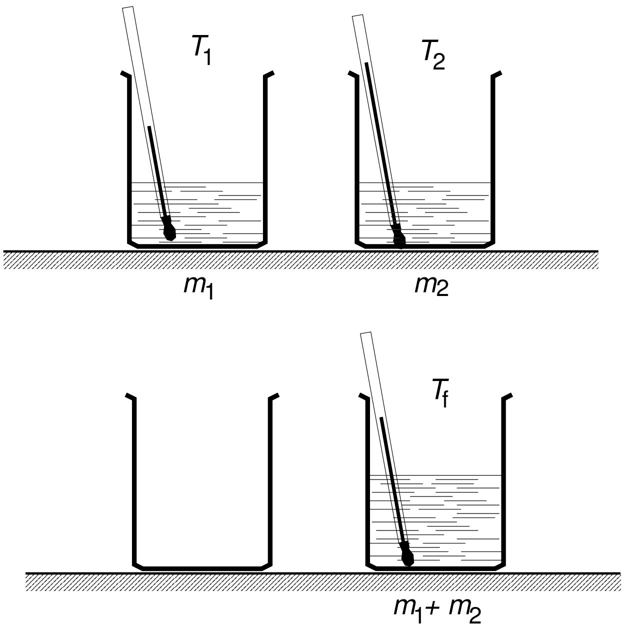


Figura 4.4: Se misturarmos duas porções de água a temperaturas diferente, qual é a temperatura final?

▷ Actividade 4.2

Tomemos dois recipientes com água, uma quente e a outra fria. Se as misturarmos obtemos água morna. Tentemos descrever esta situação tão vulgar numa linguagem mais precisa.

Para começar, temos duas porções de água, com massas m_1 e m_2, a temperaturas diferentes, T_1 e T_2. A temperatura da água fria, T_1, é menor do que a da água quente, T_2. Depois de misturadas obtemos uma temperatura final única, T_f, intermédia entre as anteriores, isto é: $T_1 < T_f < T_2$. Isto significa que a porção de água fria aumentou de temperatura, $T_1 \to T_f > T_1$, e a de água quente diminuiu, $T_2 \to T_f < T_2$.

Por outro lado, as duas porções interagiram uma com a outra e, em primeira aproximação, com mais nada. Logo, devemos concluir que a energia total das duas porções de água não variou: a energia que uma perdeu (a que arrefeceu) passou para a outra (a que aqueceu).

Designemos por ΔE_1 e ΔE_2 as variações de energia das porções de massa m_1 e m_2, respectivamente. A variação total, deve ser nula:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 = 0.$$

As variações de cada uma das porções de água são simétricas,

$$\Delta E_1 = -\Delta E_2. \tag{4.1}$$

Se a energia de m_1 aumentou ($\Delta E_1 > 0$) a de m_2 diminuiu ($\Delta E_2 < 0$) e vice-versa.

Podemos, então, usar a Eq. 4.1 para relacionar as variações de energia com as variações de temperatura medidas numa experiência de mistura de águas a diferentes temperaturas. Este estudo é feito na Actividade 4.2.

Cálculo da temperatura final

Em condições em que as massas de água quase não trocam energia com o exterior, mas apenas entre si, verifica-se que as variações de temperatura de cada porção de água, $\Delta T_1 \equiv T_f - T_1$ e $\Delta T_2 \equiv T_f - T_2$, satisfazem a equação

$$\boxed{\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = -\frac{m_2}{m_1}} \tag{4.2}$$

ou, em termos das temperaturas iniciais e final,

$$\frac{T_f - T_1}{T_f - T_2} = -\frac{m_2}{m_1}. \tag{4.3}$$

O seguinte exemplo torna mais claro o modo como podemos obter a temperatura final.

Exemplo: Se misturarmos 200 g, a 50 °C, com 100 g, a 20 °C, a temperatura final será:

$$\frac{T_f - 50}{T_f - 20} = -\frac{100}{200}$$

ou

$$T_f - 50 = -\frac{1}{2}(T_f - 20)\,.$$

Resolvendo em ordem a T_f,

$$\begin{aligned} T_f\left(1+\frac{1}{2}\right) &= +10+50 \\ T_f &= 40\,^{\circ}\mathrm{C}. \end{aligned}$$

Note-se que a temperatura final está mais próxima da temperatura inicial da massa maior. Por que será?

A equação 4.2 exprime dois factos muito simples:

i) As variações de temperatura têm sinais opostos (daí o sinal menos). Isto significa que a temperatura final está sempre entre T_1 e T_2. Uma das variações é positiva, a outra negativa.

ii) As variações de temperatura de cada massa, em valor absoluto, são inversamente proporcionais aos valores das massas. Isto significa que a porção de *maior* massa tem uma variação de temperatura *menor*, em valor absoluto. No exemplo acima, a massa de 200 g tem uma variação de temperatura de

$$\Delta T_1 = 40 - 50 = -10\,^{\circ}\mathrm{C};$$

para a massa de 100 g a variação é de

$$\Delta T_2 = 40 - 20 = 20\,^{\circ}\mathrm{C},$$

o dobro da anterior, em valor absoluto.

Compreendendo estes dois factos, podemos evitar a memorização da Eq. 4.3.

4.3.2 Capacidade térmica mássica.

A Eq. 4.2 pode escrever-se na forma:

$$m_1\Delta T_1 + m_2\Delta T_2 = 0. \tag{4.4}$$

Comparemos com a expressão de conservação de energia,

$$\Delta E_1 + \Delta E_2 = 0. \tag{4.5}$$

Parece razoável admitir que a primeira equação não é uma lei nova, mas apenas uma consequência da lei de conservação de energia. Para que assim seja, basta admitirmos que a variação de energia de uma certa massa de água, m, quando a sua temperatura varia de ΔT, é proporcional a $m\Delta T$,

$$\Delta E = c_a m \Delta T. \tag{4.6}$$

A constante c_a não depende nem de m nem de ΔT. Substituindo esta equação na equação de conservação de energia, obtemos imediatamente a Eq. 4.4.

A constante c_a tem um significado físico muito preciso. Se $m = 1$ (`kg`, no `SI`) e a variação de temperatura $\Delta T = 1$ (`K,` no `SI`) a variação de energia (`J,` no `SI)` será, simplesmente:

$$\Delta E = c_a.$$

Por outras palavras, c_a é a variação de energia, por unidade de massa e de variação de temperatura da água. Esta grandeza é designada por **capacidade térmica mássica** da água.

> Quando uma massa m de uma substância tem uma variação de temperatura ΔT, a sua energia varia de
>
> $$\Delta E = cm\Delta T \tag{4.7}$$
>
> em que c, é a **capacidade térmica mássica da substância**. No sistema `SI`, as suas unidades são $\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

Vale a pena chamar a atenção para uma das ideias expressas na Eq. 4.7. Se aumentarmos do mesmo valor a temperatura de duas porções de água, por exemplo $\Delta T = 10\,\mathtt{K}$, a variação de energia não é, em geral, a mesma! Quanto maior for a massa, maior será a quantidade de energia necessária para efectuar esta transformação.

Caloria

A definição de capacidade térmica da Eq. 4.7 implica que a respectiva unidade é $\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$. Para conhecermos c_a nesta unidade teríamos que determinar quantos `joule` são necessários para elevar de $1\,\mathtt{K}$ a temperatura de $1\,\mathtt{kg}$ de água. Nenhuma das experiências anteriores nos dá esta informação.

Mas isso não nos impede de comparar quantidades de energia envolvidas em processos de variação de temperatura. Por exemplo, sabemos que, se em vez de $m = 1\,\mathtt{kg}$ e $\Delta T = 1\,\mathtt{K}$, a massa for de $200\,\mathtt{g}$ e a variação de temperatura $10\,\mathtt{K}$, a energia necessária será duas vezes superior $(0,2 \times 10 = 2)$. Isto permite-nos definir uma unidade de energia conveniente, a caloria:

▷ Definição de caloria

> uma **caloria** é a variação de energia de $1\,\mathtt{g}$ de água quando a respectiva variação de temperatura é de $1\,\mathtt{K}$.

Conveniente porquê? Pois bem, por que a medição de uma quantidade de energia em calorias pode ser feita usando uma balança, um termómetro e água. Os seguintes exemplos tornam isso claro.

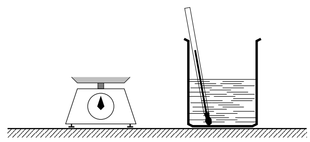


Figura 4.5: Aparelho de medição de energia.

Exemplo 1: Que quantidade de energia retirámos de $200\,\mathtt{g}$ de água ao baixar a respectiva temperatura de $20\,^\circ\mathtt{C}$ para $5\,^\circ\mathtt{C}$?
A variação de temperatura é $5 - 20 = -15\,^\circ\mathtt{C}$. Se fosse uma massa de $1\,\mathtt{g}$ a variação de energia seria, por definição de caloria, $-15\,\mathtt{cal}$. Para $200\,\mathtt{g}$ a variação será

$$\Delta E = 200 \times (5 - 20) = -3000\,\mathtt{cal}.$$

Assim, teríamos que extrair da massa $3000\,\mathtt{cal}$.

Exemplo 2: um cubo de ferro em brasa é colocado num recipiente com $0,5\,\mathtt{kg}$ de água a $20\,^\circ\mathtt{C}$. A temperatura final da água e do ferro é de $50\,^\circ\mathtt{C}$. A variação de energia da água foi

$$\Delta E = 500 \times (50 - 20) = 1,5 \times 10^4\,\mathtt{cal}$$

O cubo de ferro teve uma variação de energia de -$1,5 \times 10^{-4}\,\mathtt{cal}$.

Se atentarmos à definição de caloria e de capacidade térmica da água, chegamos imediatamente à conclusão que

$$c_a = 1\,\mathtt{cal}\,\mathtt{g}^{-1}\,\mathtt{K}^{-1};$$

a capacidade térmica mássica da água é uma caloria por grama, grau kelvin.

▷ Actividade 4.3

Na Actividade 4.3 recorremos a este método de medição de energias para medir capacidades térmicas de diferentes substâncias, relativamente à da água (ver Caixa 4.2).

4.3.3 Capacidade térmica mássica da água e o clima

É de conhecimento comum que a proximidade do oceano tem uma influência muito grande sobre o clima de uma região. Se outros factores não variarem, as amplitudes de variação de temperatura ambiente (quer diárias, quer anuais) são menores em regiões costeiras do que continentais. As experiências de misturas permitem-nos compreender a importância de grandes massas de água na estabilização de temperaturas.

Atentemos nos seguintes dados. A capacidade térmica da água é $c_a = 1\,\mathtt{cal}\,\mathtt{g}^{-1}\,\mathtt{K}^{-1}$. A do ar, à pressão atmosférica, é[1], aproximadamente, $c_{ar} = 0,24\,\mathtt{cal}\,\mathtt{g}^{-1}\,\mathtt{K}^{-1}$. Podemos imaginar a troca de energia entre o oceano e a atmosfera em termos semelhantes aos que usámos na discussão das misturas. Se a água diminuir de temperatura a sua energia diminui e a energia e temperatura do ar aumentam. A capacidade térmica mássica do ar é apenas cerca de quatro vezes inferior à da água. Como se explica um tão grande efeito do oceano sobre a temperatura ambiente?

▷ Problema 4.5

A massa volúmica do ar, em condições normais de pressão e temperatura, é de $1,3\,\mathtt{kg}\,\mathtt{m}^{-3}$; a da água de cerca de $10^3\,\mathtt{kg}\,\mathtt{m}^{-3}$. Se um quilograma de água (ou seja, cerca de um litro, $10^{-3}\,\mathtt{m}^3$) diminuir de temperatura de $1\,\mathtt{K}$, a energia correspondente é suficiente para elevar de $1\,\mathtt{K}$ um volume de $3,2\,\mathtt{m}^3$ de ar (e vice-versa). Em termos de volume temos uma razão

$$\frac{3,2}{10^{-3}} = 3200.$$

Isto significa que uma variação de $1\,\mathtt{K}$ num certo volume de água pode originar uma variação simétrica de temperatura num volume de ar 3200 vezes superior! Vemos, pois, que a água do oceano funciona como um reservatório térmico. Se a temperatura do ar diminuir, basta uma diminuição idêntica de temperatura num volume de água 3200 vezes inferior para libertar uma energia suficiente para restaurar a temperatura anterior.

[1] Na referência [12] é indicado o valor de $993\,\mathtt{J}\,\mathtt{kg}^{-1}\,\mathtt{K}^{-1}$. Antecipando o próximo capítulo, a `caloria` corresponde a $4,18\,\mathtt{J}$. Daí resulta o valor citado no texto.

■ Capacidades térmicas relativas ■

Tomemos um cilindro de alumínio de massa 100 g a uma temperatura de 40 °C e mergulhemo-lo em 100 g água a 20 °C. Se a capacidade térmica mássica do metal fosse igual à da água ($c_a = 1\,\mathtt{cal}\,\mathtt{g}^{-1}\mathtt{K}^{-1}$), as variações de temperatura do cilindro e da água, ΔT_{al} e ΔT_a seriam dadas por

$$m\Delta T_{al} + m\Delta T_a = 0,$$

ou seja, $\Delta T_{al} = -\Delta T_a$. A temperatura final teria de ser 30 °C. ($\Delta T_{al} = -10\,°\mathtt{C}$ e $\Delta T_a = 10\,°\mathtt{C}$).
De facto, verifica-se que a temperatura final é mais baixa: a variação de temperatura da água é menor que 10 °C e a do cilindro maior que 10 °C, em valor absoluto.
Que conclusão podemos tirar deste facto?
A energia que a água recebeu foi a que o cilindro cedeu ao arrefecer, $\Delta E_{al} = -\Delta E_a$. Mas, por definição a capacidade térmica mássica,

$$\begin{aligned}\Delta E_{al} &= c_{al} m \Delta T_{al}\\ \Delta E_a &= c_a m \Delta T_a\end{aligned}$$

ou seja,

$$c_{al} m \Delta T_{al} = -c_a m \Delta T_a$$

Se $|\Delta T_{al}| > |\Delta T_a|$, c_{al} é menor que c_a, isto é menor que $1\,\mathtt{cal}\,\mathtt{g}^{-1}\,\mathtt{K}^{-1}$. Explicitamente,

$$\frac{c_{al}}{c_a} = -\frac{m\Delta T_a}{m\Delta T_{al}} = -\frac{\Delta T_a}{\Delta T_{al}}.$$

Por exemplo, se a temperatura final fosse 25 °C, $\Delta T_{al} = -15\,°\mathtt{C}$, $\Delta T_a = 5\,°\mathtt{C}$ e

$$\frac{c_{al}}{c_a} = -\frac{5}{-15} = \frac{1}{3}.$$

Caixa 4.2: Determinação de capacidades térmicas relativas pelo método de misturas.

4.4 Calor de Fusão

O que é "aquecer um corpo"?

É fornecer-lhe energia (sem o movimentar)?

Ou,

é aumentar a sua temperatura?

Pelo que vimos acima, poderíamos pensar que o aumento de temperatura acompanha, necessariamente, o aumento de energia e vice-versa. É claro que não são a mesma coisa. A mesma quantidade de energia pode dar variações de temperatura diferentes, se os corpos tiverem massas diferentes ou forem de substâncias diferentes. A Eq. 4.6,

$$\Delta E = cm\Delta T$$

mostra isso mesmo. Não podemos quantificar a variação de energia *apenas* pela variação de temperatura.

▷ Actividade 4.4

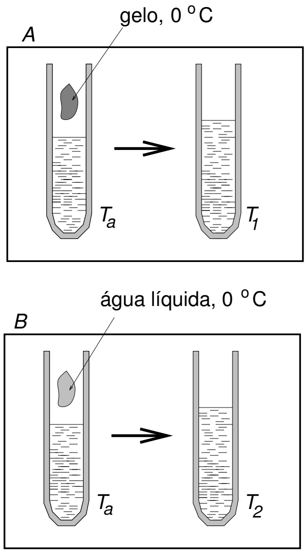


Figura 4.6: Se $T_1 < T_2$, a energia final do sistema A é menor que a do sistema B. Que podemos concluir sobre as energias *iniciais*?

Mas a mesma equação parece implicar que uma coisa (variação de energia) implica a outra (variação de temperatura). De facto não é assim. É possível fornecer energia a um corpo (sem o movimentar) sem que a sua temperatura varie. Trata-se de uma situação comum em circunstâncias em que há uma mudança de estado físico da matéria (transição sólido–líquido, fusão, ou líquido–gasoso, ebulição, por exemplo).

Na Actividade 4.4, verifica-se que a água e o gelo podem coexistir à mesma temperatura de 0 °C.

No entanto, se juntarmos 30 g de gelo a um copo com água tépida, obtemos água muito mais fresca do que se juntarmos os mesmos 30 g de água a 0 °C. Como podemos explicar este facto?

A resposta é sugerida pela Fig. 4.6. Se no estado final a água em A está a uma temperatura inferior à de B, é preciso fornecer energia para passar do estado de A para o de B. Então, o estado **inicial** de A tem menor energia que o de B. Como pudemos passar, assim, de uma afirmação sobre estados finais para outra sobre os estados iniciais? É que, se os sistemas se mantiveram isolados durante a experiência, *a energia de cada um não variou: a energia de cada estado inicial é a mesma que a do estado final correspondente!* A diferença entre os estados iniciais de A e B é o facto de em A termos uma certa massa de gelo a 0 °C e em B a mesma massa de água líquida à mesma temperatura.

Esta simples observação (numa festa é muito mais eficaz usar o gelo do balde do gelo, do que a água que o rodeia, para refrescar uma bebida) mostra que o gelo e a água líquida a $0\,^{\circ}\mathtt{C}$, apesar de serem constituídos pela mesma substância e estarem à mesma temperatura, têm energias diferentes por unidade de massa. Na Actividade 4.4 mede-se, de um modo muito simples, esta diferença de energia entre os estados sólido (gelo) e líquido da água.

Em resumo, "aquecer" no sentido de aumentar a temperatura e "aquecer" no sentido de fornecer energia, não são significados equivalentes. Ao fundir gelo estamos a "aquecer" no segundo sentido, mas não necessariamente no primeiro.

4.4.1 Temperatura e equilíbrio térmico

Este é um bom ponto para fazer um resumo do que aprendemos sobre temperatura.

- Podemos variar a energia de um corpo, sem necessariamente variar a sua energia cinética ou potencial. Em geral, essa variação é acompanhada de um variação de temperatura.
- Em casos de mudança de estado físico (fusão, ebulição, etc) é possível que a variação de energia não seja acompanhada por uma variação de temperatura. Para fundir gelo é necessário energia, mas a água líquida e o gelo podem estar à mesma temperatura.
- Na ausência de mudanças de estado físico podemos relacionar as variações de energia e de temperatura de um corpo de massa m pela equação

$$\Delta E = cm\Delta T.$$

- Quando permitimos que dois corpos troquem energia, pondo-os em contacto (misturando massas de líquido ou imergindo um corpo num líquido), as respectivas temperaturas variam, descendo a mais alta e subindo a mais baixa, até atingirem uma temperatura comum.

Esta última observação esteve de facto na base de todas as considerações deste capítulo. Assim:

- dois corpos podem trocar energia sem exercerem um sobre o outro forças detectáveis, apenas porque as respectivas temperaturas são diferentes;

- A energia passa do corpo de temperatura mais alta para o de mais baixa;
- as respectivas temperaturas aproximam-se até ficarem iguais, situação em que termina a troca de energia.

Podemos resumir, dizendo que corpos em contacto trocam energia até atingirem uma situação de **Equilíbrio Térmico**, que corresponde à igualdade de temperaturas.

Como vimos, a energia total não varia no processo. A tendência para o equilíbrio térmico não resulta de uma tendência para um estado de menor energia. A energia total do estado final de equilíbrio é a mesma do estado inicial. Um processo invertido, em que, por exemplo, numa porção de água, a temperatura da metade à esquerda começasse espontâneamente a aumentar de temperatura enquanto a metade à direita diminuia, seria certamente muito estranho. Mas não violaria a conservação de energia. No próximo capítulo vamos prestar mais atenção aos processos pelos quais a energia pode ser transferida.

4.5 Actividades, questões e problemas

4.5.1 Actividades

4.1. **Aquecimento com varinha mágica**
Ver ficha de actividade A9.

4.2. **Misturas de massas de água a diferentes temperaturas**
Ver ficha de actividade A10.

4.3. **Capacidade térmica mássica de dois metais**
Ver ficha de actividade A11.

4.4. **Calor de fusão do gelo**
Ver ficha de actividade A12.

4.5. **Quantos Joule numa caloria?**
A seguinte actividade exige uma chaleira de resistência imersa, um cronómetro, um termómetro e uma balança ou proveta graduada. Pode ser feita na cozinha e permite uma medição rápida (ainda que pouco precisa) da relação entre o `Joule` e a `caloria`.

Medir uma massa de água de cerca de 500 g para uma chaleira de resistência. Medir a respectiva temperatura. Ligar a chaleira e registar o tempo que demora a entrar em ebulição. Usando a potência em `watt` da chaleira, estimar a relação entre o `Joule` e a `caloria`.

4.5.2 Problemas

4.1. Misturaram-se duas porções de água, no estado líquido, inicialmente a temperaturas diferentes, numa garrafa térmica. Quais das seguintes afirmações são necessariamente falsas? Justificar.

(a) As variações de temperatura das duas porções de água foram de 10 °C e de 5 °C;

(b) A temperatura final foi a soma das temperaturas iniciais;

(c) As variações de temperatura das duas porções de água foram iguais porque as massas eram iguais;

(d) As variações de temperatura das duas porções de água foram de 10 °C e de −5 °C;

(e) A temperatura final foi a média das iniciais, $T_f = (T_1 + T_2)/2$.

4.2. Um recipiente contém um litro de água ($m \approx 1\,\mathtt{kg}$) a uma temperatura de 10 °C.

(a) Que massa de água a 50 °C é necessário juntar para que a temperatura final seja de 37 °C?

(b) Qual foi a energia (em calorias) trocada entre as duas porções de água?

4.3. Se uma chaleira de resistência imersa demora 2 minutos a por em ebulição 300 g de água, quanto demora com 400 g de água à mesma temperatura inicial?

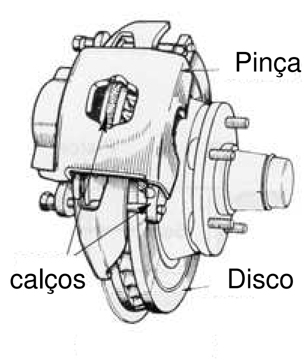


Figura 4.7: Travão de disco.

4.4. Nos sistemas de travagem de um automóvel há um disco de metal que roda solidáriamente com o eixo da roda. Na travagem, uma pinça aperta os calços contra o disco e este pára devido ao atrito. A maior parte da energia cinética do automóvel é dissipada nos quatro discos dos travões.
Usando o exemplo 2 da página 86, sabendo que os discos

são de ferro, e que cada um dos quatro discos do automóvel tem uma massa de cerca de $3\,\mathtt{kg}$, estimar a variação de temperatura dos discos no final da travagem. ($c_{\mathtt{Fe}} = 5 \times 10^2\,\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$).
Repetir o cálculo para um velocidade de $120\,\mathtt{km\,h^{-1}}$.

4.5. Na página 92 afirma-se que uma variação de temperatura de $1\,\mathtt{dm}^3$(um litro) de água envolve a mesma quantidade de energia que a mesma variação de temperatura em $3200\,\mathtt{dm}^3$ de ar.

(a) Obter este valor a partir dos dados abaixo indicados.

(b) Um recipiente com um litro de água a $90\,\mathtt{°C}$ é colocado no centro de uma sala de área $12\,\mathtt{m}^2$ e altura $2,5\,\mathtt{m}$. A temperatura inicial da sala é de $20\,\mathtt{°C}$. Se as trocas de energia fossem apenas entre a água e o ar da sala, qual seria a temperatura final da sala?
[Dados: capacidade térmica do ar à pressão atmosférica, $c_{ar} \approx 0,24\,\mathtt{cal\,g^{-1}\,K^{-1}}$; massa volúmica do ar, $\rho \approx 1,3\,\mathtt{kg\,m^{-3}}$].

4.6. Um estudante meticuloso, depois de uma aula de física, pesou 3 cubos de gelo, antes de os introduzir num copo com $33\,\mathtt{cl}$ de água mineral, inicialmente a $22\,\mathtt{°C}$. A massa de gelo era de $45\,\mathtt{g}$. Estimou a temperatura final da mistura; esperou pacientemente até não haver gelo no copo e mediu a temperatura final. Ficou surpreendido por encontrar um valor superior ao que estimou.

(a) Que valor esperava obter?

(b) Que explicação (ou explicações) é possível avançar para dar conta da diferença entre o que o estudante esperava obter e o que mediu?

4.7. Uma massa de água quente é introduzida numa garrafa térmica, com igual massa de gelo a $0\,\mathtt{°C}$. Qual é a temperatura mínima que a água tem que ter para que todo o gelo funda, supondo que o sistema não recebe energia do exterior?
($e_F = 80\,\mathtt{cal}\ \ \mathtt{g}^{-1}$).

4.8. Numa garrafa térmica, com uma massa de $100\,\mathtt{g}$ de água a $20\,\mathtt{°C}$, são introduzidos $100\,\mathtt{g}$ de gelo a $0\,\mathtt{°C}$. Qual é a temperatura final da mistura? (Calor de fusão do gelo, $e_F = 80\,\mathtt{cal\,g^{-1}}$).

4.9. Dois cilindros de cobre e alumínio, de igual massa, estão à mesma temperatura inicial, $50\,°\mathtt{C}$. Se mergulharmos o cilindro de cobre numa tina com água a $20\,°\mathtt{C}$ a temperatura final é de $23\,°\mathtt{C}$. As capacidades térmicas mássicas do cobre e alumínio são, respectivamente, $c_{\mathtt{Cu}} = 0,092\,\mathtt{cal\,g^{-1}\,K^{-1}}$ e $c_{\mathtt{Al}} = 0,218\,\mathtt{cal\,g^{-1}\,K^{-1}}$.

(a) Se mergulharmos o cilindro de alumínio em vez do de cobre, a temperatura final é superior ou inferior?

(b) Se mergulharmos os dois cilindros ao mesmo tempo, qual das seguintes situações se verifica para a temperatura final:

i. É menor que a de qualquer dos cilindros imersos separadamente.

ii. Está entre as temperaturas dos dois cilindros imersos separadamente.

iii. É superior às temperaturas dos cilindros imersos separadamente.

4.10. Uma peça metálica, constituída por cobre e ouro, tem uma capacidade térmica mássica de $200\,\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$. Quais são as percentagens mássicas de cobre e ouro da peça? ($c_{\mathrm{Cu}} = 385\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$; $c_{\mathrm{Au}} = 132\,\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$).

4.5.3 Desafios

4.1. Dois cilindros de metais diferentes A e B, de igual massa, estão à mesma temperatura inicial, de $50\,°\mathtt{C}$. Se mergulharmos A numa tina com água a $20\,°\mathtt{C}$, a temperatura final é de $23\,°\mathtt{C}$. Se mergulharmos B a temperatura é de $26\,°\mathtt{C}$. Pretende-se saber qual é a temperatura final se introduzirmos os dois cilindros ao mesmo tempo.

(a) Sem fazer contas, mostrar que a temperatura final está entre 26 e $29\,°\mathtt{C}$.

(b) Qual é a temperatura final?

Capítulo 5

Calor e Trabalho

Neste capítulo vamos olhar com mais pormenor para os diferentes modos como pode ocorrer a transferência de energia entre sistemas. Vamos ver que trabalho pode "disfarçar-se" de várias formas, menos evidentes do que as que considerámos até aqui. Mas discutiremos também algo que já mencionámos no início do Capítulo 2: há processos de transferência de energia que não são trabalho, em nenhum dos seus disfarces!

5.1 Trabalho em várias formas

Recordemos a noção de trabalho:

> O trabalho de uma força de módulo constante, exercida sobre um corpo, num deslocamento de comprimento d, é o produto da componente da força segundo o deslocamento por d e é igual à variação de energia do sistema sobre o qual é exercida a força.
>
> $$w = F_{\|} d = \Delta E$$

A variação de energia do sistema sobre o qual é realizado trabalho pode revestir diferentes aspectos:

- pode ser uma variação de energia cinética, como quando chutamos uma bola de futebol;
- pode ser uma variação de energia potencial, como quando uma grua eleva, sem a acelerar, uma carga;

- pode manifestar-se por uma variação de temperatura como na Actividade A9, em que aumentámos a temperatura da água agitando-a com uma varinha mágica.

Por vezes, há processos de transferência de energia que envolvem trabalho de uma forma menos evidente que os que estudámos no Capítulo 2. Vejamos alguns exemplos.

5.1.1 Expansão e compressão de gases

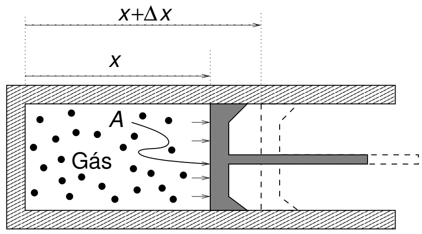


Figura 5.1: Se o pistão se deslocar de Δx, o volume do gás varia de $\Delta V = A \times (x + \Delta x) - A \times x = A \times \Delta x$, em que A é a área da superfície do pistão.

O primeiro exemplo é a expansão ou compressão de gases. Se designarmos por P a pressão de um gás no interior de um cilindro com um pistão móvel (como acontece num motor de combustão) a força sobre o pistão é, por definição de pressão,

$$F = P \times A$$

em que A é a área da superfície do pistão.

Se o pistão se deslocar no sentido das forças de pressão, o volume do gás aumenta. As forças de pressão do gás realizam trabalho positivo *sobre* o pistão. O trabalho de uma força é a variação de energia do sistema *sobre* o qual é exercida a força: a energia é transferida do gás para o pistão. Logo, a energia e a temperatura do gás diminuem.

Se o pistão se deslocar em oposição às forças de pressão, o volume de gás diminui e o trabalho realizado pelas forças de pressão é negativo. A energia é transferida do pistão para o gás. Neste caso a energia e a temperatura do gás aumentam.

Não é difícil relacionar o trabalho realizado pelo gás com a sua pressão e variação de volume. Se o pistão tiver um deslocamento

Δx (eixo dos xx com a direcção e sentido das forças de pressão), o trabalho realizado pela forças de pressão do gás sobre o pistão será

$$w = F \times \Delta x = P \times A \times \Delta x.$$

Note-se que $A\Delta x = \Delta V$, a variação de volume do gás. Assim o trabalho realizado *pelo* gás *sobre* o pistão é:

$$w = P\Delta V. \tag{5.1}$$

Uma expansão corresponde a $\Delta x > 0$ e $\Delta V > 0$. Logo, $w > 0$: a energia é transferida do gás para o pistão. Numa compressão $\Delta x < 0$, $\Delta V < 0$ e $w < 0$: a energia do gás aumenta[1].

Quando enchemos um pneu de bicicleta, ou uma bola, com uma bomba manual, verificamos que esta aquece consideravelmente. Ao puxar o êmbolo para trás, entra ar no interior da bomba à pressão atmosférica. Para o introduzir na bola ou no pneu temos que o comprimir. A temperatura do gás aumenta. Após vários ciclos de compressão a temperatura das paredes da bomba acaba também por aumentar. No funcionamento de um frigorífico ocorrem também processos de compressão e expansão de gases. ▷ Caixa 5.1.

5.1.2 Trabalho eléctrico

A quase totalidade dos processos do nosso dia-a-dia em que há transferências de energia envolvem, de uma maneira ou de outra, correntes eléctricas. Ou seja, envolvem movimento de cargas eléctricas.

Recordemos como se calcula energia num circuito eléctrico. Tomemos o exemplo mais simples de um gerador ligado a uma resistência, como acontece, por exemplo, na maior parte dos aquecedores (ver Fig. 5.2).

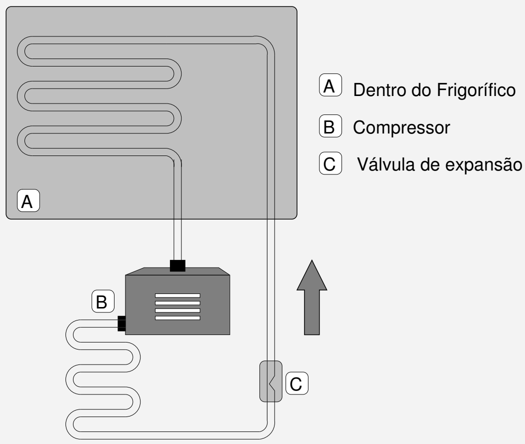
Sabemos que existe, entre os dois extremos da resistência, uma diferença de potencial, V, (unidade, `volt`); que passa na resistência uma corrente eléctrica, I (unidade, `ampere`). Aprendemos, no 9º ano, que a potência fornecida à resistência se podia calcular como:

$$P = VI. \tag{5.2}$$

[1] Note-se que, à medida que o gás expande, a pressão diminui. Trata-se da situação em que a força varia no deslocamento, como discutimos na Actividade A6. Assim a expressão da Eq. 5.1 só é válida para variações de volume suficientemente pequenas para que se possa desprezar a variação de pressão.

■ Como funciona um frigorífico. ■

O que se segue é uma explicação muito simplificada do funcionamento de um frigorífico.
Um frigorífico tem uma tubagem em circuito fechado no qual circula um gás. O “motor” do frigorífico é um compressor que aspira o gás que está na tubagem dentro da zona refrigerada e o comprime fortemente para uma serpentina que está no exterior, normalmente na parte de trás do aparelho. A compressão (trabalho realizado sobre o gás) aumenta muito a sua temperatura. Na serpentina arrefece em contacto com o ambiente (aquece a cozinha). Antes de entrar na válvula de compressão já está no estado líquido.
Na válvula, que funciona como um orifício muito estreito, o líquido passa de uma zona de alta pressão para uma de baixa pressão; o compressor está sempre a aspirar o gás que está na serpentina do interior do frigorífico. O líquido expande-se e passa ao estado gasoso, por causa da baixa pressão. O trabalho realizado na expansão e a energia necessária para a evaporação fazem baixar muito a temperatura do gás. Ao passar na serpentina no interior do frigorífico está a uma temperatura muito baixa, e consequentemente, mantém baixa a temperatura do interior do frigorífico.
Como vemos, o gás recebe energia do interior do frigorífico e passa-a para o ambiente na serpentina exterior. Este processo exige a realização de trabalho no compressor.

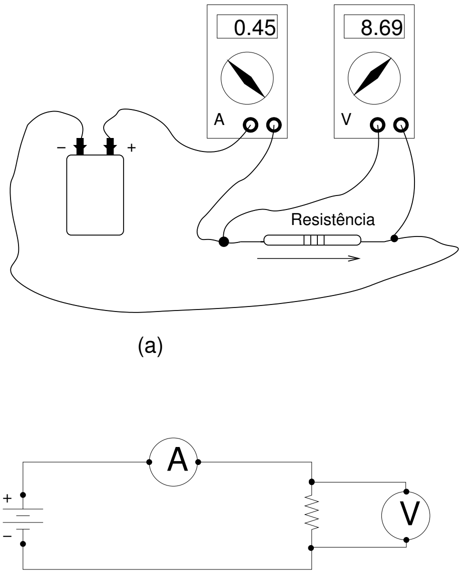


Esquema de funcionamento de um frigorífico

Caixa 5.1: O funcionamento de um frigorífico

Vamos discutir apenas o caso em que a corrente e a diferença de potencial (`ddp`) não variam no tempo; é o caso de uma pilha (pelo menos até esta descarregar), mas não o da corrente na tomadas de nossa casa. Na rede eléctrica a corrente varia no tempo, rapidamente, em ciclos que duram $0,02\,\mathtt{s}$ (50 ciclos por segundo).

Será que a expressão da Eq. 5.2 tem alguma coisa a ver com trabalho? Certamente, em Física tudo tem a ver com tudo.



(a)

(b)

Figura 5.2: Um circuito eléctrico com gerador, resistência e dois aparelhos de medida, amperímetro (A) e voltímetro (V); (a) representação semi-realista; (b) representação simbólica.

O que é a corrente eléctrica?

▷ Actividade 5.1

Quando dizemos que na resistência passa uma corrente eléctrica estamos apenas a afirmar que há cargas eléctricas a passar de um extremo ao outro da resistência. Quando a corrente não varia, a quantidade de carga que passa num intervalo de tempo Δt é proporcional a Δt: a corrente é a constante de proporcionalidade. Sendo Q a carga que passa no circuito no intervalo Δt,

$$Q = I\Delta t.$$

> **Exemplo**: Numa lâmpada pode passar um corrente de cerca de $0,5\,\mathtt{A}$. Durante um minuto a carga transportada

por esta corrente é

$$Q = I\Delta t = 0,5 \times 60 = 30\,\texttt{C}.$$

A unidade de carga é o `coulomb`, abreviatura `C`. Para percebermos o que significa notemos que a carga do electrão (a partícula que se desloca nos circuitos eléctricos) é apenas de

$$e = -1,6 \times 10^{-19}\,\texttt{C}.$$

Assim uma corrente de $0,5\,\texttt{A}$, num minuto, corresponde à passagem de $30/1,6 \times 10^{-19} = 1,87 \times 10^{20}$ electrões.

Potência eléctrica

A presença do gerador no circuito da Fig. 5.2 origina forças eléctricas sobre as cargas. Tal como a força de atracção gravítica sobre um corpo é proporcional à sua massa, assim uma força eléctrica sobre uma carga q é proporcional ao valor da carga. Quando uma carga q se desloca de um extremo ao outro da resistência, as forças de natureza eléctrica realizam um trabalho também proporcional a q,

$$w = qV.$$

A diferença de potencial é, precisamente, o trabalho por unidade de carga

$$V = w/q.$$

Se durante um intervalo Δt passar na resistência uma carga $Q = I\Delta t$, o trabalho total realizado pelas forças eléctricas do gerador é

$$W = QV = I\Delta t \times V = VI\Delta t.$$

A potência, definida por $W = P\Delta t$, é, então, dada pela Eq. 5.2. Agora compreendemos por que razão uma bateria não dura sempre. De cada vez que é ligada a um circuito, parte da sua energia é transferida para o mesmo.

Quase toda a nossa tecnologia é baseada em electricidade. Não é por isso surpreendente que seja particularmente fácil medir características de sinais eléctricos, como a corrente I ou a `ddp`, V. Medir a potência eléctrica fornecida a um circuito é, pois, uma operação muito simples. Mas, convém não esquecer, estamos na realidade a medir trabalho realizado por forças sobre cargas eléctricas.

5.2 Efeito de Joule

O que acontece à energia que um gerador eléctrico fornece às cargas de um circuito?

Quando a corrente eléctrica passa numa resistência, esta aquece. Uma analogia mecânica pode ajudar a compreender este fenómeno.

Imaginemos que queremos empurrar uma criança num carrossel giratório. Inicialmente o carrocel está parado. Empurrando-o, realizamos trabalho e a velocidade do carrossel aumenta: a sua energia cinética aumenta. Mas não por muito tempo. A partir de certo ponto temos que continuar a empurrar só para o manter em andamento com velocidade constante. Nessa fase de movimento estacionário, nenhuma da energia transferida pelo trabalho que realizámos resulta em energia cinética de movimento do carrossel: é toda dissipada e manifesta-se como aumento de temperatura dos rolamentos e do eixo do carrossel.

Num circuito eléctrico acontece algo semelhante. Na situação estacionária, corrente e `ddp` constantes, toda a energia resulta num aumento de temperatura das resistências do circuito.

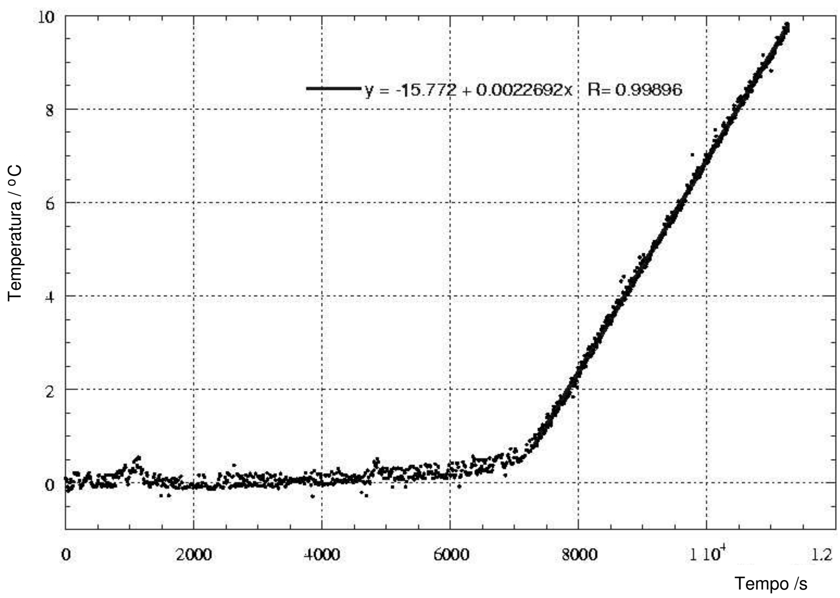


Figura 5.3: Resultados de uma experiência de aquecimento de uma mistura de água e gelo.

Este fenómeno está ilustrado na Fig. 5.3 que mostra os resultados de uma experiência em que se imergiu uma resistência numa garrafa térmica com água.

▷ Actividade 5.2

Durante esta experiência, a corrente foi $I = 0,49\,\mathtt{A}$ e a ddp $V = 4,95\,\mathtt{V}$. A potência dissipada na resistência foi, portanto, $P = 2,43\,\mathtt{W}$. É visível o aumento de temperatura da água, na segunda parte da experiência. Mas a temperatura quase não variou durante cerca de duas horas ($7000\,\mathtt{s}$). O que se passou, alguém se esqueceu de ligar a corrente?

De facto a potência acima referida foi fornecida durante toda a duração do registo de temperaturas. Só que a garrafa térmica continha inicialmente uma mistura de água e gelo. Enquanto o gelo não fundiu, a temperatura manteve-se próxima de $0\,^{\mathrm{o}}\mathtt{C}$.

Assim, a energia total fornecida nesta experiência pode ser dividida em duas partes:

- nos primeiros $7000\,\mathtt{s}$, originou a transformação de gelo em água líquida;
- depois disso originou o aumento de temperatura da água;

Da análise desta experiência (feita na Actividade 5.2) podemos então calcular em `joule` as seguintes grandezas:

- **O calor de fusão do gelo**.
  A energia fornecida nos primeiros $7000\,\mathtt{s}$ foi de

  $$P \times 7 \times 10^3 = 1,70 \times 10^4\,\mathtt{J}.$$

  Esta energia resultou na fusão de $54\,\mathtt{g}$ de gelo. O calor de fusão do gelo por unidade de massa é:

  $$e_F = 3,15 \times 10^5\,\mathtt{J}\,\mathtt{kg}^{-1}. \tag{5.3}$$

- **A capacidade térmica mássica da água líquida**.
  Como sabemos a energia em `joule` fornecida no aquecimento e a respectiva variação de temperatura, podemos escrever:

  $$c_a m \Delta T = P \Delta t \tag{5.4}$$

  em que Δt é o intervalo de tempo durante o qual a temperatura varia de ΔT. Logo

  $$c_a = \frac{P}{m} \times \frac{\Delta t}{\Delta T}. \tag{5.5}$$

> Os valores de Δt e ΔT podem ser calculados usando dois pontos na recta de aquecimento obtidos do gráfico. Este procedimento é seguido na Actividade 5.2 e permite o cálculo de c_a em $\mathtt{J\,kg\,K^{-1}}$.

A nossa definição de caloria significa que $c_a = 1\,\mathtt{cal\,g\,K^{-1}}$. Comparando com o valor obtido na Actividade 5.2, podemos calcular o valor da `caloria` em `joule`. O valor actualmente aceite é

$$1\,\mathtt{cal} = 4,18\,\mathtt{J}$$

(ver Caixa 5.2).

Na Actividade A12 medimos também o calor de fusão do gelo em $\mathtt{cal\,g^{-1}}$. O resultado da Eq. 5.3 permite-nos outra estimativa independente da relação entre o `joule` e a `caloria`. ▷ Problema 5.1

5.2.1 O `joule` e a `caloria`

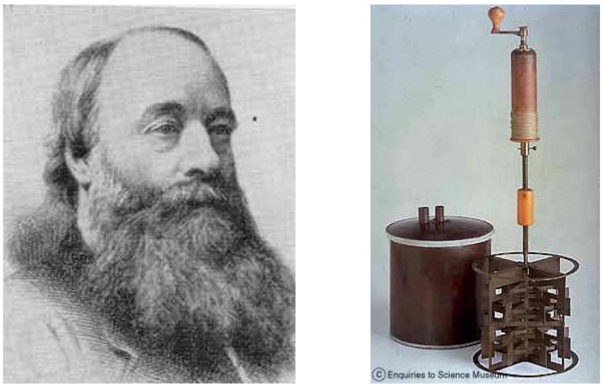


Figura 5.4: James Prescott Joule, (1818-1889). Físico inglês, nascido em Manchester, foi pupilo do químico John Dalton. A sua experiência de aquecimento de água com uma roda de pás accionada por pesos (aparelho à direita), foi um contributo fundamental para a clarificação do conceito de calor. Esta experiência permitiu-lhe determinar a relação entre caloria e a unidade de energia mecânica (que recebeu o seu nome), `o joule`. Joule descobriu também a expressão que exprime a energia dissipada numa resistência que escreveu na forma $P = RI^2$ (efeito de Joule). [9]

A discussão anterior mostra claramente que `joule` e `caloria` são unidades diferentes da mesma grandeza: energia. Tal como nós, os físicos aprenderam primeiro a defini-las de modos independentes e durante muito tempo não conheciam a relação entre elas. Na realidade, nem sabiam que estavam a lidar com a mesma grandeza. Por um lado tinham os fenómenos mecânicos com movimentos, forças etc. Por outro, sem aparente relação, os fenómenos térmicos, com variações de temperatura e produção de *calor.* Calor foi durante muito tempo visto como uma substância especial, o *calórico*, envolvida em fenómenos de aquecimento. A caloria era considerada uma medição da quantidade de calor.

Em 1795 Benjamin Thompson, na qualidade ministro da Guerra e da Polícia na Baviera, tinha como tarefa supervisionar o fabrico de canhões. Impressionou-o a *quantidade de calor,* aparentemente inesgotável, produzida durante o processo de polimento do interior dos tubos dos canhões. Foi a primeira observação da relação entre a realização de trabalho por forças dissipativas e um aumento de temperatura.

5.2.1.1 Experiência de Joule

Nos meados do século XIX, o físico inglês James Prescott Joule realizou uma experiência semelhante à que fizemos com a varinha mágica na Actividade A9. Aqueceu (aumentou a temperatura) água com uma roda de pás movida por pesos que, ao cairem no campo gravítico, giravam a roda através de um sistema de roldanas. A Fig. 5.5 mostra uma reprodução do desenho do aparelho pela mão do próprio Joule.

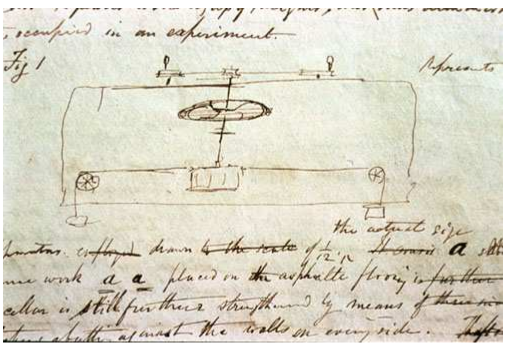


Figura 5.5: Um reprodução do caderno de notas de Joule com um esquema do seu aparelho (Manchester Museum of Science and Industry, UMIST collection).

Joule sabia calcular o trabalho realizado pelas forças do peso. Quando uma massa m cai de uma altura h, o trabalho realizado pelo peso é

$$w = mgh.$$

Este trabalho não aparecia como aumento de energia cinética da massa, porque a queda accionava as pás imersas em água; a massa caía muito lentamente. Joule raciocinou que esta energia era transferida para a água e resultava no respectivo aquecimento. Medindo a variação de temperatura da água, pode relacionar a caloria (na altura vista como unidade de quantidade de calor) com a unidade de trabalho. O valor que encontrou foi de

$$1\,\mathtt{cal} = 4,15\,\mathtt{J}.$$

Ainda hoje a experiência de Joule é referida como ilustrando a transformação de trabalho em calor. Esta afirmação pode induzir em erro. Na realidade trata-se de realizar trabalho e obter um aumento de temperatura. A energia num sistema não é trabalho, nem calor. Pode estar associada a movimento (energia cinética), posição (energia potencial) ou manifestar-se como um aumento de temperatura ou uma mudança de estado. Isto é, uma variação de energia de um sistema pode escrever-se como

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U \tag{5.6}$$

em que o último termo, designado por energia interna, inclui toda a energia associada a processos que não se manifestam em movimentos macroscópicos do corpo. Nos exemplos que vimos até aqui a variação de energia interna pode manifestar-se numa variação de temperatura ou numa mudança de estado físico.

Mas então o que é o calor? Se não é correcto identificar calor com energia interna, o que é então calor?

5.3 Calor

Enchemos um copo com água gelada do frigorífico e deixámo-lo no meio da sala. Passado meia-hora a água estava tépida.

É óbvio que passou energia do exterior do copo para a água: a temperatura da água subiu. Mas não houve deslocamentos, forças, não houve correntes eléctricas e diferenças de potencial, não houve *trabalho* realizado sobre o sistema. Poderíamos, como já vimos, conseguir a mesma variação de estado da água realizando trabalho. Por isso sabemos que a água tépida tem uma energia superior à da água gelada. Mas no caso presente não houve trabalho, nem eléctrico, nem mecânico nem de nenhum outro tipo. Os processos de transferência de energia na ausência de qualquer espécie de trabalho são designados, genericamente, como *calor*.

■ Quanto vale a caloria ■

A unidade de energia do Sistema Internacional é o `joule`, não a `caloria`. No entanto, esta unidade continua a ser muito usada, sobretudo por químicos, fisiologistas e nutricionistas. Mas não existe uma definição universalmente aceite. A definição que demos,

energia necessária para elevar a temperatura de $1\,\mathtt{g}$ de água de $1\,^{\circ}\mathtt{C}$,

tem uma ambiguidade: esta quantidade de energia depende da temperatura inicial da água. Não é exactamente igual entre $0\,^{\circ}\mathtt{C}$ e $1\,^{\circ}\mathtt{C}$ e $50\,^{\circ}\mathtt{C}$ e $51\,^{\circ}\mathtt{C}$, por exemplo, embora os valores sejam muito próximos. Por outras palavras, a capacidade térmica mássica da água líquida tem uma pequena variação com a temperatura. Uma das definições, **caloria** $15\,^{\circ}\mathtt{C}$, abreviada como $\mathtt{cal}_{15}$, é

energia necessária para elevar a temperatura de $1\,\mathtt{g}$ de água de $14,5\,^{\circ}\mathtt{C}$ para $15,5\,^{\circ}\mathtt{C}$

e vale

$$1\,\mathtt{cal}_{15} = 4,1855\,\mathtt{J}.$$

Outra definição possível é a de **caloria média:**

1/100 da energia necessária para elevar a temperatura de $1\,\mathtt{g}$ de água de $0\,^{\circ}\mathtt{C}$ a $100\,^{\circ}\mathtt{C}$.

O valor quase igual ao da $\mathtt{cal}_{15}$ (menos de 1% de diferença).
Os químicos usam ainda uma **caloria termoquímica** definida, exactamente, como

$$1\,\mathtt{cal}_{\mathtt{th}} = 4,184\,\mathtt{J}.$$

Durante muito tempo, os fisiologistas e nutricionistas chamaram Caloria (com "C" maiúsculo) o que é efectivamente uma quilocaloria $1\,\mathtt{Cal}{=}1000\,\mathtt{cal}$. Essa prática caiu em desuso, como se pode ver consultando a informação nutricional de um pacote de cereais.
Para os nossos efeitos, não há qualquer problema em ignorar toda esta complicação e tomar:

$$1\,\mathtt{cal} = 4,18\,\mathtt{J}.$$

.

Caixa 5.2: A unidade caloria [1]

O que houve então foi transferência de energia como calor (não como trabalho) entre o ambiente e a água do copo. De facto, muitas das experiências que temos feito envolvem calor.

- Quando mergulhamos um cilindro de cobre quente em água fria (Actividade A11), o *processo* de transferência de energia entre o cobre e a água é calor;
- Quando colocamos um gobelé com água num disco quente, a energia passa pelo vidro para a água como calor, não como trabalho;
- Quando seguramos na ponta de uma barra metálica e aproximamos a outra ponta de uma chama, a temperatura na nossa extremidade aumenta. A energia é transferida de uma ponta à outra como calor;

Estes exemplos mostram claramente que o conceito de calor está associado a um *processo,* exactamente como o conceito de trabalho. Podemos aumentar a temperatura da água usando um processo que envolve calor. Mas podemos conseguir exactamente a mesma transformação com trabalho. Num sistema em equilíbrio, que não está a sofrer transformações, não há calor nem há trabalho: há energia!

5.4 Primeira lei da termodinâmica

Este é um bom momento para enunciarmos a primeira lei da termodinâmica. Aqui vai:

■ Primeira lei da Termodinâmica ■

Numa transformação entre dois estados de equilíbrio a variação de energia interna de um sistema ΔU é a soma do trabalho W realizado *sobre* o sistema com calor transferido *para* o mesmo, Q

$$\Delta U = W + Q \tag{5.7}$$

Muitas das ideias resumidas por este enunciado já foram abordadas. Mesmo assim, são necessários alguns comentários.

a) O primeiro membro da equação só inclui energia interna porque é habitual, em termodinâmica, considerar apenas estados de equilíbrio, em que os termos de energia cinética e de energia potencial de translação não variam (sistemas globalmente em repouso)[2].

b) Trabalho e calor são, como vimos, *processos* de transferir energia entre o exterior e o sistema que estamos a considerar. A primeira lei afirma que a *soma* $W+Q$ *é independente do processo de passagem entre dois estados de equilíbrio dados.* É sempre a mesma, se os estados forem os mesmos, pois é igual à diferença de energia, ΔU, entre os dois estados. Neste sentido, a primeira lei é, no essencial, a afirmação da existência de uma propriedade do estado de um sistema, a energia, que só varia quando há processos de trabalho e/ou calor com o exterior do sistema.

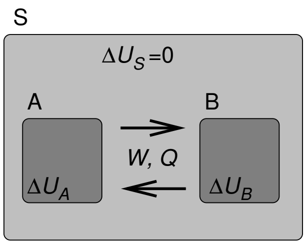


Figura 5.6: Se A e B trocam calor, Q, e trabalho, W, apenas entre si, a energia do sistema S não varia.

c) A primeira lei é universal. Aplica-se a qualquer sistema físico. Suponhamos uma transformação em que dois sistemas A e B interagem apenas entre si. As respectivas energias variam, pois há processos de trabalho e calor entre estes sistemas. Mas a primeira lei aplica-se também ao sistema S composto por A e B. O trabalho e o calor trocados com o exterior do sistema S são nulos, pois só houve interacção entre A e B; o sistema S (A e B) diz-se *isolado.* A aplicação da primeira lei a S dá:

$$\Delta U_S = 0.$$

Por outro lado $\Delta U_S = \Delta U_A + \Delta U_B$; recuperámos a lei de conservação de energia:

$$\Delta U_A + \Delta U_B = 0.$$

A primeira lei só faz sentido se soubermos calcular, para diferentes processos, W e Q. Se não os soubermos calcular, como podemos verificar que a respectiva soma é constante para transformações entre o mesmo par de estados? Já vimos vários exemplos de cálculo de W, o trabalho. Vamos agora olhar para Q, o calor, com mais pormenor.

[2]Muitos argumentam, com razão, que *termoestática* seria um nome mais apropriado. Mas as tradições também pesam em Ciência.

5.5 Como é que a energia se transfere como calor?

Na secção anterior, tivemos o cuidado de identificar calor como um processo de transferência de energia. Por isso o título desta secção não foi, como é habitual na maior parte dos textos, "como se transfere calor?" Mas é preciso ter a noção que é uso comum, mesmo em bons textos de física, falar em transferência de calor, ceder calor, receber calor, transformar trabalho em calor, etc.. Esta linguagem não é, certamente, a mais feliz e é susceptível de sugerir que o calor é uma determinada forma de energia, que pode *estar* num sistema e passar para outro. Mas está de tal maneira consagrada que não pode ser evitada. E também não causa grande dano, se mantivermos uma ideia clara de que, quando falamos de "transferência de calor", estamos apenas a ser preguiçosos para não dizer "transferência de energia como calor". No que se segue, usaremos muitas vezes a linguagem corrente. Fica o aviso para não haver confusões.

É habitual identificar três tipos de processos de transferência de calor[3]:

a) Condução.
A energia pode ser transferida devido a interacções entre as partículas constituintes da matéria (na forma gasosa, líquida ou sólida), sem que haja quaisquer movimentos perceptíveis macroscopicamente. Este tipo de processo chama-se condução.

b) Convecção.
Em líquidos e gases (fluidos) sujeitos à acção da gravidade, diferenças de temperatura entre diferentes zonas podem originar movimentos que misturam partes do fluido a diferentes temperaturas (correntes de convecção) e permitem a transferência de energia entre regiões do fluido: processo de convecção.

c) Radiação.
A transferência de energia é possível através da emissão e absorção de radiação electromagnética, que pode propagar-se em regiões com total ausência de matéria (no vazio).

[3]Transferências de energia na forma de calor, seria a forma correcta. Vamonos habituando!

Vamos considerar em mais pormenor cada um destes processos. A condução e convecção serão discutidas neste capítulo; a radiação no próximo.

5.5.1 Condução

Diferenças de temperatura originam sempre transferências de calor. Falamos em condução de calor quando a energia é transferida através de um meio material em que existem regiões com diferentes temperaturas.

A propriedade que caracteriza a condução de calor em materiais é a condutividade térmica, designada, habitualmente, por κ. Podemos entender melhor o que é, considerando um exemplo concreto.

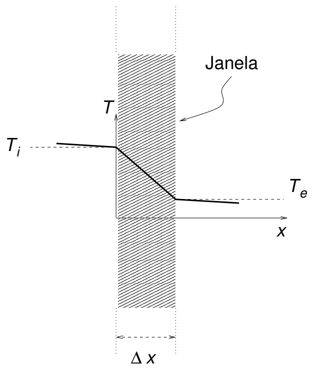


Figura 5.7: No interior do vidro de uma janela, a temperatura varia entre o valor da temperatura interior, T_i, e exterior, T_e.

5.5.1.1 Condução numa janela

É de noite. A temperatura exterior é de cerca de $T_e = 5\,^{\circ}\mathtt{C}$. Dentro de casa, o aquecimento mantém uma agradável temperatura de $T_i = 21\,^{\circ}\mathtt{C}$. Que quantidade de calor passa numa janela de vidro, de área $A = 0,80 \times 1,0\,\mathtt{m}^2$?

A temperatura no interior do vidro (ver Fig. 5.7) varia entre as temperaturas das duas faces, interior e exterior, T_i e T_e. A quantidade de calor transferida por unidade de tempo, P_q, é tanto maior quanto mais rápida for a variação de temperatura T com a distância x na perpendicular ao plano da janela. Se estas temperaturas forem iguais, não haverá condução (equilíbrio térmico). P_q é proporcional ao declive, ou variação de temperatura por unidade de comprimento:

$$P_q \propto -\frac{T_e - T_i}{\Delta x} = -\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

P_q é a quantidade de calor que passa no sentido positivo de xx e só é positivo se a temperatura diminuir com o aumento de x; isto é, se $\Delta T \equiv T_e - T_i < 0$. Se a janela tivesse o dobro da espessura, a variação de temperatura T com x seria mais lenta e haveria menor passagem de calor na janela.

Por outro lado, P_q deverá ser proporcional à área da janela. Em cada uma de duas janelas iguais passará a mesma quantidade de calor. No conjunto das duas (dobro da área) passa o dobro da energia de cada uma.

Em resumo:

$$P_q \propto -A\frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

A constante de proporcionalidade

$$P_q = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{5.8}$$

é, precisamente, a condutividade térmica do vidro, κ. A Eq. 5.8 traduz a lei de condução de calor num material de condutividade térmica κ. Consideremos um exemplo concreto.

> **Exemplo:** suponhamos que a janela acima referenciada tem uma espessura de $0,3\,\mathtt{cm}$. Teremos
>
> $$P_q = -\kappa \times 0.80 \times \frac{5-21}{0,3\times 10^{-2}} = \kappa \times 5.0 \times 10^3.$$
>
> Para o vidro $\kappa = 0,80$ (SI) e
>
> $$P_q = 4.0 \times 10^3\,\mathtt{W}$$
>
> P_q é uma energia por unidade de tempo, isto é, uma potência: a unidade `SI` é o `watt.` As unidades de κ, tiram-se da respectiva definição:
>
> $$\kappa = 0,8\,\mathtt{W}\,\mathtt{m}^{-1}\,\mathtt{K}^{-1}.$$
>
> À taxa mais baixa da EDP, 5, 2 cêntimos por `kWh` em vazia, a janela “custa” mais de 20 cêntimos por hora!
>
> Na realidade, esta estimativa está um pouco exagerada. Numa situação deste tipo a temperatura no interior, junto à janela, será mais baixa que no centro da sala. Mas, mesmo que a diferença de temperaturas entre as faces interior e exterior da janela seja um oitavo do valor calculado (apenas $2\,^\circ\mathtt{C}$), ainda ficamos com uma potência de $0,5\,\mathtt{kW}$ de perda pela janela. E junto à janela estará bem pouco agradável ($T_i = 7\,^\circ\mathtt{C}$).

5.5.1.2 Isolamento térmico

O exemplo anterior mostra a importância económica e ambiental[4] do bom isolamento térmico. Os valores de condutividade térmica podem variar de várias ordens de grandeza entre diferentes materiais. Em geral, os metais têm condutividades térmicas elevadas. A tabela 5.1 inclui valores de alguns materiais, incluindo materiais usados em construção.

O baixo valor da condutividade térmica do ar pode surpreender. Como é possível aquecer uma sala eficazmente, se a condutividade térmica do ar é tão baixa? A resposta é: a gravidade ajuda!

[4]Menor necessidade de energia significa menos poluição (Actividade A3).

Material	Condutividade térmica, $\kappa\,/\mathtt{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
Prata	419
Cobre	385
Alumínio	201
Vidro	0,8
Betão	$0,1$
Madeira(castanho)	$0,15$
Lã de vidro	0,04
Cortiça em painel	0,05
Ar	0,024

Tabela 5.1: Condutividade térmica de alguns materiais. A do ar refere-se a condições normais de pressão e temperatura [12].

5.5.2 Convecção

A convecção é um fenómeno muito complexo, que envolve dois ingredientes:

a) um fluido cuja massa volúmica depende da temperatura;

b) um campo gravítico.

O ar, por exemplo, tem uma massa volúmica tanto menor quanto maior for a respectiva temperatura, para a mesma pressão. Por isso se diz correntemente: "o ar quente é mais leve". Quando ligamos um aquecedor numa sala, aumentamos a temperatura do ar junto da resistência: a sua massa volúmica diminui.O resultado é que um volume de ar, em baixo, junto ao aquecedor, tem menor massa que o mesmo volume, em cima, junto ao tecto, onde o ar está mais frio.

É uma situação análoga a ter uma rolha de cortiça no fundo de um recipiente com água. O que acontece? A rolha sobe e, para o seu lugar, desce um volume igual de água, com massa volúmica maior. Neste processo o peso realiza um trabalho positivo, pois a massa que desce é superior à que sobe. Por isso é possível passar de uma situação de repouso para uma de movimento, com energia cinética não nula.

■ **Demonstração de convecção para fazer em casa** ■

A seguinte experiência pode ser feita em casa, sem qualquer dificuldade, e ilustra a importância da convecção no funcionamento de uma chama. Requer apenas uma vela e fósforos.
Começa-se por acender uma vela. Fixa-se a vela verticalmente. Aproxima-se da chama a cabeça de um fósforo de duas maneiras:

a. Directamente por cima da vela. Começa-se a uma distância razoável e vai-se descendo gradualmente até o fósforo acender.

b. Aproximando a chama lateralmente.

O objectivo é comparar as distâncias a que se tem de chegar com a cabeça do fósforo, para que acenda, nas duas situações.

Caixa 5.3: A convecção e a chama de uma vela.

No ar acontece algo semelhante. O ar "quente" (temperatura superior e massa volúmica menor) sobe, e o ar "frio" (temperatura menor e massa volúmica maior) desce. Só que, neste caso, o ar, ao subir, entra em contacto com massas de ar a menor temperatura e arrefece. O ar que desce aquece em contacto com o aquecedor. O resultado é o estabelecimento de correntes contínuas de circulação de ar, chamadas correntes de convecção, que transportam o calor muito mais eficazmente que a condução. O valor de condutividade térmica da Tabela 5.1 diz respeito a ar em repouso.

Correntes de convecção são essenciais no funcionamento de uma chama. Se aproximarmos a mão da chama de uma vela por cima dela sentimos uma temperatura muito mais elevada do que lateralmente. O ar quente sobe segundo o eixo da vela e é substituído por ar frio pelo lados da mesma. É por isso que a chama de uma vela (zona tão quente que emite luz visível) parece flutuar acima do pavio (ver Caixa 5.3).

Numa janela de vidro duplo, as correntes de convecção são dificultadas pela pequena espessura da camada de ar entre as duas placas de vidro. O resultado é que a camada de ar entre os dois painéis de vidro oferece um excelente isolamento térmico, dada a baixa condutividade térmica do ar (comparada, por exemplo, com a do vidro).

A convecção é um processo físico de enorme importância no transporte de energia em líquidos e gases. No sistema climático da Terra, desempenha um papel fundamental (movimentos da atmosfera e oceanos). Mas importa recordar que só existe por causa do efeito da gravidade terrestre. Na ausência de peso, não há convecção.

5.6 Actividades, Questões e Problemas

5.6.1 Actividades

5.1. **Proporcionalidade directa**
Actividades destinadas a esclarecer o conceito de proporcionalidade directa e a sua tradução matemática. Ver ficha de Actividade A13.

5.2. **Trabalho eléctrico e fusão do gelo**
Análise dos resultados de uma experiência de aquecimento eléctrico de uma mistura de água e gelo. Ver Ficha de Actividade A14.

5.6.2 Questões

5.1. No texto designamos por **corpo negro** um corpo que tem emissividade $e(\lambda) = 1$ para todos os comprimentos de onda, λ. Isso significa que não difunde radiação. Imaginemo-nos a olhar para um tal corpo numa sala bem iluminada.

   (a) Que cor tem o corpo se a sua temperatura for a temperatura ambiente?

   (b) E se estiver a uma temperatura de 5000 K?

5.6.3 Problemas

5.1. Na Actividade A12 determinou-se o valor do calor de fusão do gelo em $\mathtt{cal}\,\mathtt{g}^{-1}$. Comparando com o valor obtido na Actividade A14, determinar o valor de conversão de `joule` em `caloria`. Comparar com o valor obtido a partir da capacidade térmica da água líquida.

5.2. É feito um aquecimento de duas massas de gás iguais, inicialmente às mesmas pressão e temperatura, em duas situações distintas:

i) O gás está num recipiente de volume constante;

ii) O gás está num cilindro com êmbolo móvel e expande-se à medida que a sua temperatura aumenta. A pressão é mantida igual à pressão atmosférica.

A mesma quantidade de energia é fornecida, nas duas situações, sob a forma de calor. No final do processo, qual das seguintes situações se verifica:

(a) o gás a volume constante tem maior energia que o gás a pressão constante;

(b) O gás a pressão constante tem maior energia que o gás a volume constante;

(c) As duas massas de gás tem a mesma energia.

5.3. Imaginemos um frigorífico, com o seu compressor, fechado numa sala isolada do resto do mundo, trocando energia com ele apenas através da ligação eléctrica ao compressor.

(a) Durante o funcionamento do frigorífico, este sistema recebe ou cede energia ao resto do mundo? A respectiva temperatura aumenta ou diminui?

(b) Um homem viu-se de repente num casa muito fria, sem aquecimento e com um único aparelho a funcionar: o frigorífico. Foi à cozinha e abriu a porta do frigorífico, pondo o compressor a trabalhar permanentemente. É louco ou sabe física?

5.4. Numa casa há uma sala com: 4 janelas de dimensões $80 \times 107\,\mathtt{cm}^2$; 4 janelas de dimensões $70 \times 185\,\mathtt{cm}^2$. Estas janelas têm painéis de vidro simples de espessura $3\,\mathtt{mm}$.

(a) Para uma diferença de temperatura de $5\,^{\circ}\mathtt{C}$ entre as faces exterior e interior das janelas, qual é a potência transmitida por condução através destas janelas?

(b) Se as janelas fossem duplas teriam uma camada de ar de espessura $3\,\mathtt{mm}$ entre os dois painéis de vidro. Se a diferença de temperatura entre o interior e exterior da camada de ar fosse também de $5\,^{\circ}\mathtt{C}$, qual seria a potência transmitida por condução através da janela? (usar os valores de κ da Tabela 5.1 da página 118).

Capítulo 6

Radiação

6.1 Radiação Electromagnética

▷ Actividade 6.1.

Na Actividade 6.1 faz-se uma medição da quantidade de energia que uma lâmpada pode emitir na forma de radiação electromagnética visível: luz. A matéria pode emitir e absorver radiação electromagnética e, claramente, temos que levar em conta estes processos na "contabilidade" de energia.

O caso da Terra é particularmente importante neste contexto. Através do vazio não há, nem condução de calor, nem convecção. A energia do Sol chega-nos como radiação electromagnética. Por sua vez, a Terra só pode transferir energia para o espaço emitindo, também, radiação electromagnética. O balanço energético da Terra é, pois, exclusivamente radiativo. Só este facto é suficiente para justificar a importância de compreender trocas de energia na forma de radiação.

6.1.1 O espectro electromagnético

A radiação electromagnética não é apenas luz. É também ondas de rádio, micro-ondas, radiação infravermelha, ultravioleta, raios-X e raios-γ. Tudo isto são manifestações do mesmo fenómeno, diferindo apenas no valor de certas grandezas, como o comprimento de onda e a frequência.

Uma compreensão completa dos fenómenos envolvendo radiação e matéria está muito para além das nossas possibilidades neste curso. O nosso interesse principal reside nos aspectos energéticos. Contudo, o conhecimento de alguns aspectos qualitativos sobre

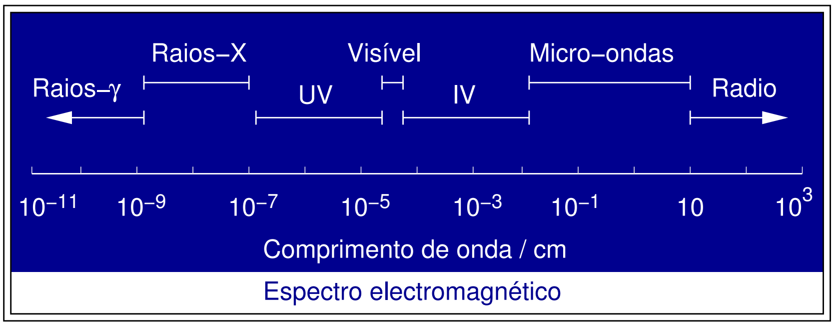


Figura 6.1: Espectro Electromagnético.

radiação pode ajudar a relacionar muitos fenómenos da nossa observação corrente.

A. A radiação electromagnética é produzida por cargas eléctricas ao transitar de nível de energia.
Quando um electrão de um átomo ou molécula transita de um nível de energia, E_2, para um nível de menor energia, E_1, emite um fotão, um "pacote" elementar de radiação electromagnética. A conservação de energia exige que associemos ao fotão uma energia $E_2 - E_1$.

B. A radiação electromagnética pode ser absorvida por cargas eléctricas na matéria, originando transições para níveis de energia mais elevada.
Um electrão pode absorver um fotão, passando de um nível de energia E_1 para um nível de energia superior E_2.

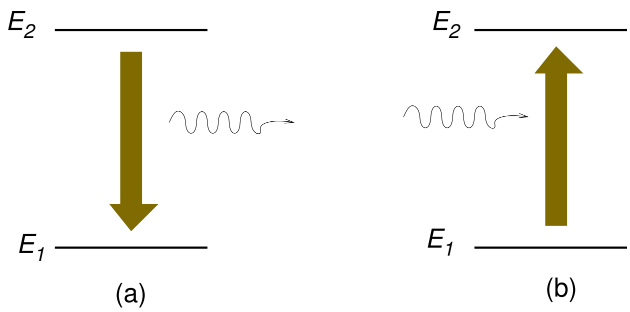


Figura 6.2: Emissão (a) e absorção de radiação (b). O comprimento de onda λ é inversamente proporcional à diferença de energia $E_2 - E_1$.

C. A radiação electromagnética propaga-se no vazio à velocidade da luz, $c = 300\,000\,\mathtt{km\,s}^{-1}$. Nos meios materiais essa velocidade pode ser ligeiramente menor.
Esta velocidade, no vazio, caracteriza toda a radiação electromagnética e não apenas a luz, radiação visível.

D. A radiação pode ser decomposta em componentes com um comprimento de onda, λ, e período, T, bem definidos.
Estas duas grandezas estão relacionadas pela velocidade da radiação electromagnética,

$$\lambda = cT.$$

Nesta altura, não é muito importante conhecer a natureza desta decomposição: apenas que a energia total da radiação pode ser considerada como uma soma de energias associadas a cada comprimento de onda. Os diferentes tipos de radiação (desde ondas de rádio a raios-γ), correspondem a gamas diferentes de comprimento de onda (ver Fig 6.1).

E. A radiação visível corresponde a uma gama muito estreita do espectro electromagnético.
O sentido de visão é sensível à radiação electromagnética numa gama muito estreita de comprimentos de onda, de $4000\,\text{Å} \sim 7000\,\text{Å}$, a chamada radiação visível. Os diferentes comprimentos de onda são percepcionados como cores diferentes, do violeta ($\sim 4000\,\text{Å}$) ao vermelho ($\sim 7000\,\text{Å}$).

6.1.2 Intensidade de radiação

Como podemos caracterizar a quantidade de energia de radiação incidente na superfície de um dado corpo?

A energia incidente num intervalo de tempo Δt é o produto da potência da radiação incidente na superfície, por Δt :

$$\Delta E = P\Delta t.$$

Quanto maior for a área de exposição, maior será a energia incidente. Para áreas suficientemente pequenas para que a radiação não varie de intensidade de ponto para ponto, a potência total deve ser proporcional à área de exposição:

$$\Delta E = P\Delta t = IA\Delta t.$$

■ Medindo a intensidade da chuva ■

Dois amigos envolveram-se numa discussão sobre em qual dos bairros em que moravam chovia mais. Para decidir a questão resolveram recorrer ao método experimental. Combinaram colocar baldes à chuva e medir a quantidade de água que recolhiam. Assim fizeram, e, num dia particularmente chuvoso, recolheram $4\,\mathtt{kg}$ e $6\,\mathtt{kg}$ de água, respectivamente.
Ao juntarem-se para comparar resultados, o primeiro perguntou logo:

Quanto tempo tiveste o balde à chuva?

Acontecera que o segundo amigo recolhera água durante 30 minutos e o primeiro só durante 16. Concordaram que teriam que comparar água recolhida no mesmo intervalo de tempo. Como a massa recolhida é proporcional ao tempo de exposição

$$\Delta M = Q\Delta t,$$

facilmente calcularam os caudais, Q, (massa por unidade de tempo) de cada um:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{4}{16} = 0,25\,\mathtt{kg}\,\mathtt{min}^{-1} \\ Q_2 &= \frac{6}{30} = 0,2\,\mathtt{kg}\,\mathtt{min}^{-1}. \end{aligned}$$

O segundo amigo, não convencido, lembrou-se de perguntar:

Afinal que balde usaste?

Discutindo o assunto, chegaram à conclusão que o caudal também era proporcional à área da abertura do balde:

$$\Delta M = Q\Delta t = IA\Delta t.$$

Mediram os raios dos baldes e calcularam as áreas respectivas, tendo obtido $A_1 = 0,075\,m^2$ e $A_2 = 0,06\,\mathtt{m}^2$. Determinaram a intensidade da chuva, I, (massa, por unidade de área e de tempo) em cada um dos casos:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{4}{16 \times 0,075} = 3,3\,\mathtt{kg}\,\mathtt{min}^{-1}\,\mathtt{m}^{-2} \\ I_2 &= \frac{6}{20 \times 0.06} = 3,3\,\mathtt{kg}\,\mathtt{min}^{-1}\,\mathtt{m}^{-2} \end{aligned}$$

Naquele dia, pelo menos, choveu com igual intensidade nos dois bairros.

Caixa 6.1: Intensidade da Chuva.

I é a intensidade de radiação incidente na superfície, isto é, a potência incidente por unidade de área. A história da Caixa 6.1 pode ajudar a compreender esta definição.

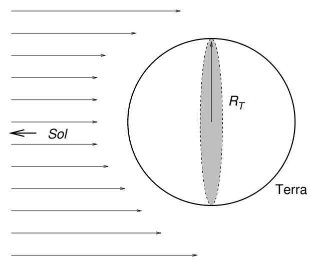


Figura 6.3: A energia incidente sobre a Terra é a que passa num disco de raio igual a R_T.

Um exemplo importante é o da radiação solar incidente num planeta como a Terra ou a Lua. A energia radiada pelo Sol espalha-se igualmente em todas as direcções. A uma distância do Sol igual ao raio da órbita da Terra, essa radiação está igualmente distribuída por uma área igual à de uma esfera com esse raio. A Terra recebe (*intercepta*), num dado intervalo de tempo, a energia que atravessa um disco de área πR_T^2. A potência incidente na Terra é:

$$P_T = I\pi R_T^2.$$

Para a Lua (que está quase à mesma distância do Sol que a Terra) seria

$$P_L = I\pi R_L^2.$$

I é a intensidade de radiação, potência incidente por unidade de área, a uma distância do Sol igual ao raio da órbita da Terra. Designa-se por constante solar e vale

$$I = 1,36 \times 10^3\,\mathtt{W\,m}^{-2}.$$

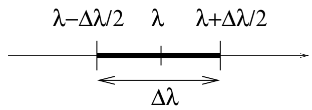


Figura 6.4: A intensidade $I(\lambda, \Delta\Lambda)$ é a intensidade de radiação cujo comprimento de onda está no intervalo da figura.

No caso da radiação, é útil considerar separadamente os vários comprimentos de onda. Podemos definir como $I(\lambda, \Delta\lambda)$ a intensidade de radiação correspondente ao intervalo de comprimentos de onda $[\lambda - \Delta\lambda/2, \lambda + \Delta\lambda/2]$. Em geral, mantemos $\Delta\lambda$ fixo e estudamos apenas a variação com λ.

6.2 Interacção da radiação com a matéria

Ao discutir a interacção da radiação com a matéria é importante distinguir os seguintes fenómenos.

6.2.1 Difusão e absorção

Quando a radiação incide num corpo opaco, parte da intensidade incidente é **difundida** (espalhada em todas as direcções) e parte absorvida. É a luz difundida que nos permite ver os objectos à nossa volta, na presença de luz do Sol ou de luz artificial. A radiação de um dado comprimento de onda é difundida com o mesmo comprimento de onda. Numa superfície muito polida (um

▷ **difundir:** enviar em muitas direcções; espalhar.

espelho) a difusão dá-se numa direcção determinada e chama-se reflexão.

Sendo $I_{\text{in}}(\lambda, \Delta\lambda)$, a intensidade incidente, a parte absorvida é uma fracção, $0 \leq e \leq 1$, da incidente,

$$I_{\text{abs}}(\lambda, \Delta\lambda) = eI_{\text{in}}(\lambda, \Delta\lambda), \tag{6.1}$$

e a difundida

$$I_{\text{dif}}(\lambda, \Delta\lambda) = (1 - e)I_{\text{in}}(\lambda, \Delta\lambda) \tag{6.2}$$

o que exprime simplesmente a conservação de energia, para cada gama de comprimentos de onda:

$$I_{\text{abs}}(\lambda, \Delta\lambda) + I_{\text{dif}}(\lambda, \Delta\lambda) = I_{\text{in}}(\lambda, \Delta\lambda).$$

Se o corpo for transparente, há uma parte da radiação que o atravessa sem modificação. Incluiremos essa fracção na radiação difundida. Ao fim ao cabo, o mais importante é que só a radiação absorvida pode alterar a energia do corpo.

O coeficiente de absorção, e, depende, em geral, do comprimento de onda da radiação incidente, $e \to e(\lambda)$. Isso explica a cor dos objectos. Uma superfície branca difunde igualmente (mesmo e) a radiação dos diferentes comprimentos de onda que compõem a luz solar. Uma superfície de cor tem uma absorção mais forte em certos comprimentos de onda ($e(\lambda)$ maior) e a luz difundida tem, então, menor intensidade nesses comprimentos de onda ($1 - e(\lambda)$ menor). A distribuição de energia pelos diferentes comprimentos de onda da luz difundida fica diferente da luz solar, e vemos uma cor. Por exemplo, uma superfície que absorva mais fortemente os comprimentos de onda mais pequenos, violeta e azul, difundirá luz que pode aparecer com tonalidades de amarelo e vermelho.

▷ Actividade 6.2

6.2.2 Emissão

Se elevarmos suficientemente a temperatura de uma resistência num circuito eléctrico, esta começa a brilhar: primeiro com uma cor avermelhada, e com uma intensidade luminosa baixa (temperatura da ordem dos 800 K). Aumentando a temperatura, a cor torna-se mais amarelada e a luz emitida aumenta. Numa lâmpada de incandescência, a temperatura está próxima dos 2800 K. As lâmpadas de halogéneo têm intensidades ainda mais altas e uma luz "mais branca".

■ De noite todos os gatos são pardos. ■

Este provérbio tem também um conteúdo científico. De facto, quando a intensidade de luz difundida é baixa, não percepcionamos cor. A seguinte demonstração pode ser feita com grande facilidade com uma caixa de lenços de papel vazia, alguns pedaços de cartolina e um furador.

Fazer um furo no centro de um pedaço de cartolina de tamanho suficiente para tapar a abertura da caixa, (dobrando a cartolina e furando na dobra, consegue-se). Tapar a abertura da caixa e observar o fundo pelo furo. Verificar se se consegue distinguir uma folha branca de uma cartolina preta colocadas no fundo da caixa.

Caixa 6.2: A cor e a difusão de luz.

A luz do filamento da lâmpada não é luz difundida: é luz emitida pelo próprio filamento. Ao contrário da radiação difundida, a radiação emitida não cessa, se cessar a radiação incidente.

Para que um corpo possa emitir radiação, basta que tenha cargas eléctricas em níveis de energia excitados: ao transitarem para níveis mais baixos, é emitida radiação. Na Actividade 6.2, verifica-se que a composição espectral da luz emitida depende da temperatura.

Curiosamente, um corpo só pode emitir nos comprimentos de onda que pode absorver. Isso é fácil de compreender do diagrama da Fig. 6.2 na página 124. Se um corpo puder absorver radiação de um dado comprimento de onda, transitando de um nível de energia $E_1 \to E_2$, então, pode emitir no mesmo comprimento de onda transitando de $E_2 \to E_1$. Assim, se para um dado comprimento de onda, λ, o corpo não absorve ($e(\lambda) = 0$), também não emite nesse comprimento de onda. Por isso $e(\lambda)$ é designado, também, por **emissividade**. É oportuno recordar do estudo de química, que as riscas de emissão e de absorção de um dado material ocorrem aos mesmos comprimentos de onda.

6.2.3 Radiação do corpo negro

6.2.3.1 Lei de Kirchhoff

Se a intensidade de radiação absorvida por um corpo é superior à intensidade emitida, a sua energia e, em geral, a sua temperatura aumentam. Se emitir mais do que absorve, a sua energia e temperatura diminuem. Numa situação de equilíbrio as intensidades de radiação absorvida e emitida são iguais.

Embora nada soubesse sobre níveis de energia, o físico Kirchhoff, no final do século XIX, com um brilhante argumento baseado nas leis da termodinâmica, conseguiu mostrar um resultado notável sobre distribuição da energia pelos diferentes comprimentos de onda da radiação emitida por um corpo a temperatura T. Kirchhoff mostrou que intensidade de radiação emitida por um corpo, em equilíbrio térmico, a uma temperatura T , tem a forma:[1]

$$I_{\text{em}}(\lambda, \Delta\lambda) = e(\lambda) I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda) \qquad \text{(Lei de Kirchhoff)} \tag{6.3}$$

em que $I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda)$ é uma função *universal* da temperatura, T, isto é, igual para todos os corpos, em todas as situações de equilíbrio térmico. Se conhecermos esta função (que Kirchhoff não conhecia), basta-nos saber a emissividade da superfície e a temperatura de um corpo (**e mais nada**) para conhecermos a intensidade de radiação emitida em cada comprimento de onda.

A função $I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda)$, a cada temperatura, chama-se intensidade de radiação de um **corpo negro**. Porquê corpo negro? Repare-se que, pela lei de Kirchhoff, $I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda)$ é a radiação emitida por um corpo que tenha $e(\lambda) = 1$, *para todos os comprimento de onda*, λ. Mas, pela definição de e da Eq. 6.1, trata-se, também, de um corpo que *absorve toda a radiação que nele incide, não difunde.*

6.2.3.2 Lei de Planck

A lei que determina o modo como a radiação do corpo negro, $I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda)$, varia com o comprimento de onda e a temperatura foi descoberta no último ano do século XIX (1900) por Max Planck e coincide com o nascimento da ideia do "quantum" de energia. Há duas consequências dessa lei que nos permitem compreender melhor os resultados da Actividade 6.2.

Lei de Stefan-Boltzmann: A intensidade total radiada, isto é, somada sobre todas as gamas de comprimento de onda, é proporcional à quarta potência da temperatura em `kelvin`:

$$I_{\texttt{cn}} = \sigma T^4 \qquad \text{(lei de Stefan} - \text{Boltzmann)}$$

[1] Na forma em que está escrito, este resultado exige que e não varie na gama de comprimentos de onda $[\lambda - \Delta\lambda/2, \lambda + \Delta\lambda/2]$. Escolhendo $\Delta\lambda$ pequeno consegue-se sempre satisfazer esta condição.

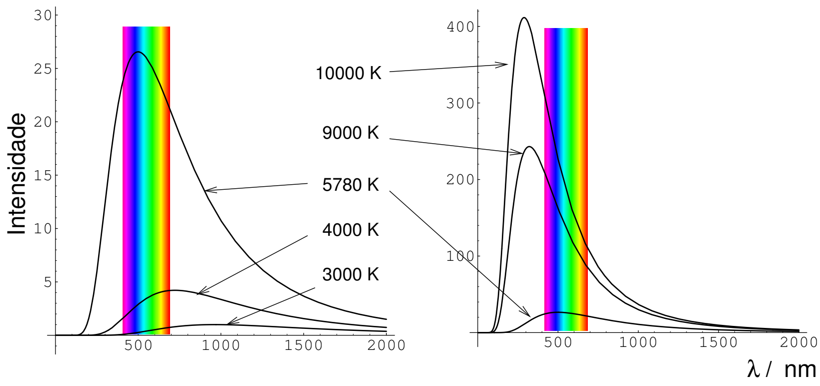


Figura 6.5: Intensidade espectral, $I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda)$ da radiação do corpo negro para várias temperaturas (lei de Planck). A banda colorida mostra, aproximadamente, a gama de radiação visível. As curvas de intensidade foram divididas pelo valor do máximo da curva de $T = 3000\,\texttt{K}$.

A constante σ é designada por constante de Stefan-Boltzmann. Naturalmente é uma constante universal, uma vez que nenhum parâmetro da lei de Planck depende do corpo ou da substância em causa.

Lei de Wien: A uma dada temperatura T, a intensidade $I_{\text{cn}}(\lambda, \Delta\lambda)$ tem um máximo a um comprimento de onda λ_T , dado por

$$\lambda_T = \frac{b}{T}$$

em que $b = 2,9 \times 10^{-3}\,\texttt{m}\,\texttt{K}$.

Assim, quanto mais alta for a temperatura, de um corpo:

i) mais energia radia. Repare-se que entre uma temperatura de 300 K (temperatura ambiente) e 3000 K (o filamento de uma lâmpada de halogéneo) a temperatura aumenta 10 vezes, mas a potência radiada aumenta 10^4 vezes (10 000 vezes mais energia radiada no mesmo tempo). Na figura 6.5 é visível o aumento da intensidade a todos os comprimentos de onda, quando a temperatura aumenta.

ii) Mais pequenos são os comprimentos de onda da radiação que é emitida. Como se vê na Fig. 6.5, a distribuição espectral desloca-se para comprimentos de onda mais pequenos com o aumento de temperatura.

Então, se todos os corpos radiam, por que temos que iluminar um livro para o ler?

Por um lado, a intensidade da radiação emitida aumenta com a temperatura do corpo—lei de Stefan-Boltzmann. Por isso o filamento de uma lâmpada ($T \approx 2500\,\mathtt{K}$) brilha e um livro ($T \approx 300\,\mathtt{K}$) não.

Por outro lado, quanto mais baixa for a temperatura, maiores são os comprimentos de onda da radiação emitida—Lei de Wien. Se o comprimento de onda for superior a cerca de 7000 Å (ou inferior a 4000 Å), a radiação não é visível. Os corpos que consideramos luminosos, como o Sol ou o filamento de uma lâmpada, estão a uma temperatura suficientemente alta para emitirem valores significativos de radiação com comprimentos de onda menores que 7000 Å, na gama do visível. Para temperaturas mais baixas a emissão é sobretudo no infravermelho.

6.2.4 Radiação cósmica de fundo

A realização prática de um verdadeiro corpo negro, foi concretizada de um modo totalmente inesperado.

Quando o universo tinha menos de cerca de três minutos de existência, a seguir ao Big-Bang, a temperatura era tão alta ($T > 3000\,\mathtt{K}$), que praticamente não havia átomos. Os electrões e os núcleos estavam separados. Nessas circunstâncias o Universo inteiro era um corpo negro, e as cargas livres absorviam e reemitiam toda a radiação. Com a expansão do universo a temperatura diminuiu, formaram-se os átomos, que são neutros, e a matéria tornou-se praticamente transparente à radiação. A radiação que então existia, preenche hoje todo universo. Mas com a expansão do Universo, nos últimos 20 mil milhões de anos, o respectivo comprimento de onda aumentou e a temperatura diminuiu (lei de Wien).

Esta radiação foi descoberta em 1966 por Penzias e Wilson. Em 1992, o satélite COBE, **CO**smic **B**ackground **E**xplorer, completou uma série de medidas, muito precisas, da intensidade desta radiação cósmica de fundo em diferentes comprimentos de onda. Verificou que correspondia, com enorme precisão, à lei de Planck, para uma temperatura de $2,725\,\mathtt{K}$. A Fig. 6.6 ilustra esse acordo.

6.2.5 Radiação e a Primeira Lei da Termodinâmica

A radiação difundida não entra no balanço energético de um corpo. Mas, a sua energia interna varia, se a energia da radiação absor-

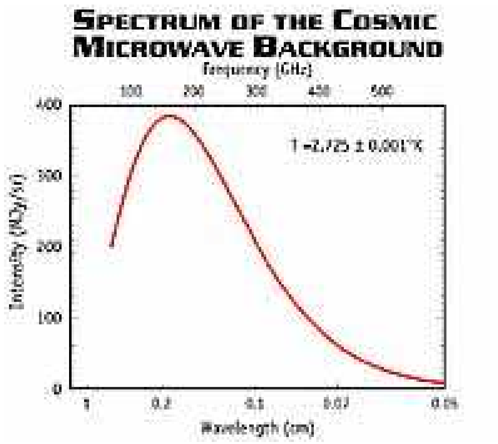


Figura 6.6: Os dados da medição da radiação cósmica de fundo pelo satélite COBE não se conseguem distinguir da curva téorica da lei de Planck (vermelho).[7]

vida e da radiação emitida não forem iguais. Isso acontece se o corpo não estiver à mesma temperatura que o ambiente. A energia emitida é superior à absorvida, se a sua temperatura for superior à do ambiente: o exemplo é um filamento incandescente. Se a sua temperatura for inferior à do ambiente, a energia da radiação absorvida é superior à da emitida: é o caso de um bloco de gelo colocado numa sala aquecida. O resultado é sempre a aproximação da situação de equilíbrio térmico, em que as temperaturas são iguais.

Estes processos de transferência de energia por emissão e absorção de radiação não estão associados a movimentos e forças macroscópicas e podem, por isso, ser considerados como calor. Alguns autores, no entanto, preferem distinguir processos de radiação de processos de condução e convecção de calor e escrever a primeira lei da termodinâmica como:

$$\Delta U = W + Q + R, \tag{6.4}$$

em vez do tratamento mais comum, que consiste em incluir as trocas de energia por radiação no termo de calor:

$$\Delta U = W + Q. \tag{6.5}$$

Será uma escolha melhor que a outra?

Do ponto de vista prático, quando estamos a medir com meios convencionais (termómetros, calorímetros), pode ser difícil distinguir a quantidade de energia que passou por condução da que passou por radiação. Quando a água fria de um copo aquece, para citar o exemplo do capítulo 5, ocorrem os dois processos em simultâneo: radiação e condução de calor. Uma diferença de temperatura entre um corpo e o seu exterior origina, em geral, trocas de energia pelos dois mecanismos.

As leis da termodinâmica, como a primeira lei, exprimem princípios gerais, independentes dos mecanismos envolvidos nas transformações. Nesse contexto a formulação da Eq. 6.5 é a mais conveniente: separa, no segundo membro, processos envolvendo variações de variáveis macroscópicas, como deslocamentos, variações de volume, correntes eléctricas, ou seja trabalho, de processos em que nenhuma destas grandezas varia, calor. O mecanismo pelo qual a transformação ocorre é irrelevante do ponto de vista de uma análise termodinâmica. Por este facto, e por ser a convenção mais usada em livros de texto de termodinâmica, será a que usamos nestas notas.

Quando se consideram os mecanismos microscópicos de transferência de energia, pode fazer sentido manter a distinção da Eq. 6.4: a transferência de energia por radiação é, efectivamente, um mecanismo diferente da condução ou convecção, como vimos neste capítulo e no anterior.

O mais importante, contudo, é ter sempre uma ideia clara de qual das formulações estamos a usar. O resultado final da análise de um dado fenómeno tem que ser o mesmo.

6.3 Actividades, Questões e Problemas

6.3.1 Actividades

6.1. **Rendimento de uma lâmpada de incandescência.** Determina-se a fracção de energia fornecida a uma lâmpada de incandescência que é emitida como radiação luminosa. Ver ficha de actividade A15.

6.2. **Espectro de uma lâmpada de incandescência** Estudo qualitativo da relação entre a temperatura de um filamento e o espectro de radiação emitida. Ver ficha da Actividade A16.

6.3.2 Problemas

6.1. A constante solar, definida na página 125, vale:

$$I = 1,36 \times 10^3\,\mathtt{W\,m}^{-2}.$$

(a) Em alguns livros aparece expressa na unidade $\mathtt{J\,s}^{-1}\,\mathtt{m}^{-2}$. Isso é correcto?

(b) Se a Terra "intercepta" a radiação incidente num disco de área πR_T^2, que área é necessária para "interceptar" toda a radiação emitida pelo Sol?

(c) Qual é a potência total radiada pelo Sol?
(Raio da Terra, $6,4 \times 10^6\,\mathtt{m}$; Raio da órbita da Terra, $1,5 \times 10^{11}\,\mathtt{m}$; Área de uma esfera, $4\pi R^2$).

6.2. Uma lâmpada de $100\,\mathtt{W}$ emite como radiação visível cerca de 10% da energia que consome. Qual é a intensidade de radiação visível a uma distância de $2\,\mathtt{m}$ da lâmpada?
(Área de uma esfera, $4\pi R^2$).

6.3. Calcular o comprimento de onda para o qual é máxima a potência radiada para as seguintes temperaturas e localizar a radiação correspondente no espectro electromagnético (ver Fig. 6.1):

(a) temperatura da superfície do Sol, $T = 5780\,\mathtt{K}$;

(b) temperatura da superfície da Terra, $T \approx 280\,\mathtt{K}$;

(c) lâmpada de halogéneo, $T \approx 3000\,\mathtt{K}$;

(d) radiação cósmica de fundo, $T = 2,7\,\mathtt{K}$;

6.4. Os seguintes dados dizem respeito ao Sol:

- Raio, $R_\odot = 6,96 \times 10^8\,\mathtt{m}$;
- Potência radiada, $P_\odot = 3,90 \times 10^{26}\,\mathtt{W}$;
- Temperatura de superfície, $T_\odot = 5780\,\mathtt{K}$.

Qual o valor da constante de Stefan-Boltzmann, que se obtém destes dados?

Capítulo 7

A hipótese atómica

7.1 O facto mais importante

Figura 7.1: Richard Feynman foi, sem dúvida, o mais mediático físico do século XX. As suas lições [4] são um dos mais notáveis livros de texto de Física (©AIP).

Uma pergunta que se ouve frequentemente em entrevistas é:

> Se ficasse perdido numa ilha deserta, que livro (disco) preferia levar?

Feynman, na primeira aula do Volume I das suas famosas lições [4], propõe uma versão diferente desta pergunta:

> Se, num qualquer cataclismo, todo o conhecimento científico fosse destruído e apenas uma frase passasse para a próxima geração de criaturas, que proposição teria a máxima informação no menor número de palavras?

O próprio Feynman dá imediatamente a resposta:

> Creio que é a *hipótese atómica* (ou *facto atómico,* ou o que lhe queiram chamar), que *todas as coisas são feitas de átomos—pequenas partículas que se movem em movimento perpétuo, atraindo-se quando estão a uma pequena distância e repelindo-se se forem espremidas umas contra as outras.*

Será verdade? As coisas são feitas de partículas em movimento contínuo? Que provas há?

Seria possível passar dias a enumerar evidências experimentais e teóricas da existência de átomos. Físicos, químicos e biólogos moleculares, organizam todo o seu trabalho e pensamento em termos de átomos ou moléculas. O conjunto das evidências é tão esmagador, que toda a ciência moderna, da Física à Química, à Biologia, desapareceria se esta *hipótese atómica* não fosse verdadeira. Nenhum cientista, sóbrio e em pleno uso das suas faculdades, a põe em dúvida.

Um tipo particular de microscópio, inventado em 1981, por Gerd Binnig e Heinrich Rohrer, o microscópio de varrimento de efeito de túnel (STM, *Scanning Tunneling Microscope*), permite gerar imagens espantosas onde é possível distinguir as posições individuais de átomos numa superfície. Na realidade, estas "imagens" são obtidas a partir de registos de corrente eléctrica, ou diferença de potencial, entre a ponta de uma agulha finíssima e uma superfície muito próxima (poucos Angstrom de distância). Mesmo assim, são mais do que suficientes para convencer aqueles que querem *ver para crer*[1]!

Angstrom, $\text{Å}=10^{-10}\,\text{m}$

Neste capítulo voltamos a visitar alguns dos conceitos que temos estudado, em particular temperatura e calor, e tentaremos entendê-los no contexto da *hipótese* atómica. Vamos prestar particular atenção ao *movimento perpétuo dos átomos* mencionado por Feynman. Começaremos por considerar um dos efeitos mais directos desse movimento: o movimento browniano.

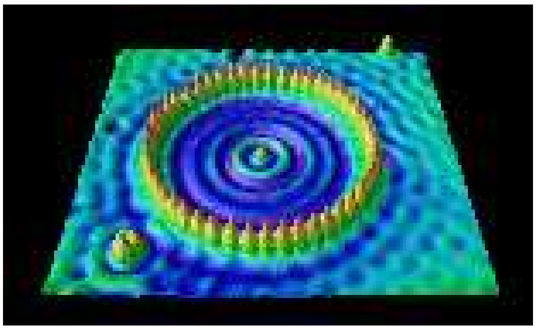


Figura 7.2: Imagem de STM de uma estrutura artificial de 48 átomos de Ferro numa superfície de Cobre[5].

[1]No portal do Faraday `http://www.fc.up.pt/faraday` existe uma página com mais informação sobre STM.

7.2 Movimento browniano

Em 1827 o botânico Robert Brown, observando ao microscópio grãos de pólen de uma espécie chamada *Clarkia Pulchella,* notou que pequenas partículas presas no interior dos grãos tinham um movimento irregular permanente.

Com um microscópio óptico como o de Brown (ampliações até $500\times$), não é possível ver átomos ou moléculas. Percebemos isso imediatamente, se nos lembrarmos que as dimensões atómicas são da ordem de $1\,\text{Å}$ ou seja 10^{-10} m. Ora $500 \times 1\,\text{Å} = 0,00005\,\text{mm}$, um tamanho muito abaixo do que conseguimos ver. As partículas que Brown observou teriam diâmetros de cerca de 2 milésimos de milímetro (2 micrometro, $2\,\mu$m), ou seja, $20\,000\,\text{Å}$.

Na Actividade 7.1 propõe-se a observação de uma suspensão de gotas de gordura (leite) em água. Essas gotas tem diâmetros da ordem de $1\,\mu$m e aparecem no microscópio como pequenos pontos. Numa única gota de água com um diâmetro de $1\,\mu$m há cerca de 10^{10} moléculas (10 mil milhões).

▷ Actividade 7.1

▷ Problema 7.1

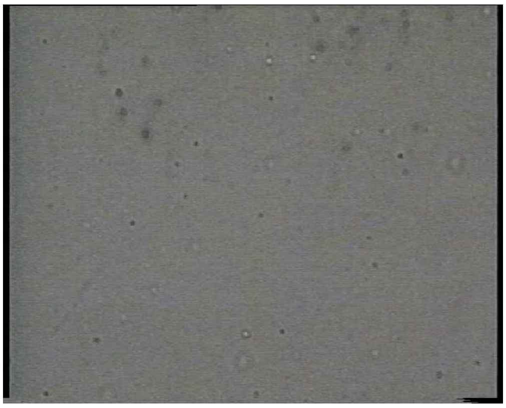


Figura 7.3: Imagem de microscópio de uma suspensão de leite em água. (ampliação $\approx 500\times$). As manchas claras e escuras são gotas de leite em diferentes planos.

O movimento destas gotas de leite é semelhante ao que Brown observou, e é perfeitamente visível ao microscópio. À primeira vista parece uma vibração. Uma observação mais atenta mostra que as gotas se deslocam no campo de observação, embora com um movimento irregular, com constantes mudanças de direcção. Este movimento pode ser observado durante horas com a mesma preparação, até a água se evaporar.

Na realidade, qualquer suspensão de partículas suficientemente pequenas, seja qual for a sua natureza, revela, ao microscópio, o mesmo tipo de movimento, conhecido como movimento browniano.

Origem do movimento browniano.

A origem do movimento browniano das gotas de leite é, precisamente, o movimento perpétuo das moléculas de água que Feynman refere.

É verdade que a massa de uma gota de leite é muito maior que a massa de uma molécula de água. A proporção é semelhante à razão entre a massa de um grande petroleiro e a de uma moeda de 10 cêntimos. O petroleiro não se vai deslocar, se colidir com ele **uma** moeda de 10 cêntimos.

Do mesmo modo o efeito de uma colisão com **uma** molécula de água não afecta o movimento da gota. Mas o número de moléculas de água é muito grande (cerca de 10^{10} para um volume igual ao da gota de leite); a gota está sujeita a um número enorme de choques com essas moléculas. Desses choques resulta o movimento irregular que observamos ao microscópio.

O famoso físico Albert Einstein, no início do século XX, fez um estudo teórico detalhado das características deste movimento de uma partícula, resultante de colisões com um grande número de partículas com muito menor massa. As suas previsões foram totalmente confirmadas, alguns anos depois, pelo físico Jean Perrin, num paciente trabalho de observação do movimento individual de algumas partículas no microscópio. O objectivo (conseguido) de Einstein era apresentar argumentos decisivos para a existência real de átomos, uma ideia muito pouco aceite na época.

7.2.1 A energia cinética média de uma gota.

Como resultado das suas colisões com as moléculas de água, a velocidade da gota varia permanentemente. A sua energia cinética também varia no tempo. Mas, em média, que valor tem?

Imaginemos que uma gota pára. As moléculas colidem com ela, vindo de todas as direcções. Poderíamos pensar que os respectivos efeitos se cancelam e a gota permanece parada.

Esta conclusão não é correcta, pois não leva em conta a natureza desordenada do movimento das moléculas de água. Imaginemos que lançamos uma moeda ao ar para saber se a próxima colisão de uma molécula vai "empurrar" a gota para a esquerda ou direita. Em *média*, se lançarmos 100 moedas, obtemos 50 caras e 50 coroas; mas só *em média.* Num único ensaio de 100 lançamentos não teremos, em geral, *exactamente* 50 de cada uma das possibilidades. Estes desvios relativamente ao resultado médio chamam-se *flutuações estatísticas*. Do mesmo modo, os efeitos das colisões com as moléculas de água não se cancelarão exactamente e a gota rapidamente será posta em movimento.

▷ Actividade 7.2.

Por outro lado, se uma gota tiver uma velocidade elevada, vai colidir mais vezes com moléculas do lado para onde se desloca. A sua velocidade tenderá a diminuir.

Estes argumentos tornam **plausível** que a energia cinética da gota oscile em volta de um valor de equilíbrio.

plausível: de acordo com as nossas expectativas; razoável.

Na realidade, há uma lei muito simples, que traduz este equilíbrio:

> No equilíbrio, a energia cinética média de translação da gotícula de leite é a mesma que a energia média de uma molécula de água!

Na Fig. 7.4 mostra-se um exemplo do que poderia ser a variação no tempo da energia cinética de uma gota, cujo valor inicial de energia cinética fosse muito superior ao valor de equilíbrio. A energia diminui, inicialmente, e fica a oscilar (flutuar) em torno do valor de equilíbrio, igual à energia cinética média de uma molécula de água.

A igualdade das energias cinéticas médias de translação verifica-se para quaisquer sistemas de partículas que possam trocar energia, depois de atingido o estado de equilíbrio, em que, em média, as energias dos dois sistemas se mantêm constantes. É uma consequência do *Teorema da Equipartição da Energia*[2]. Como vamos ver, este resultado conduz-nos a uma interpretação muito interessante do conceito de temperatura.

[2] Este resultado deixa de ser verdade quando a temperatura se aproxima demasiado do zero absoluto e os efeitos quânticos no movimento de translação das partículas se começam a notar.

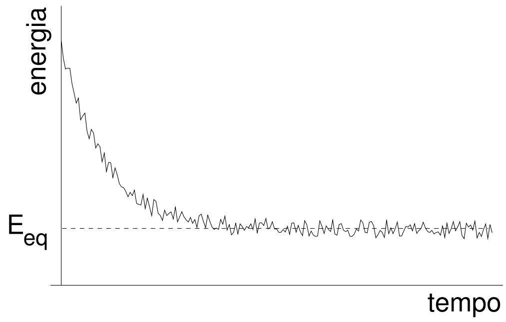


Figura 7.4: Exemplo de equilíbrio dinâmico. Inicialmente a energia é superior ao valor de equilíbrio e diminui. Mas, depois de equilibrada, continua a flutuar em torno do valor médio.

7.3 Energia Cinética e Temperatura

7.3.1 Interpretação microscópica de temperatura.

Atentemos os seguintes factos já referidos neste ou noutros capítulos:

1. A variação de energia de um corpo pode manifestar-se por uma variação de temperatura. A temperatura aumenta, em geral, se a energia aumentar.

2. Dois corpos a temperaturas diferentes trocam energia até as temperaturas ficarem iguais.

3. A partículas (átomos ou moléculas) de um corpo estão em permanente movimento.

4. Dois sistemas de partículas em contacto deixam de trocar energia, em média, quando as energia cinéticas médias de cada partícula forem iguais para os dois sistemas.

Estas observações sugerem uma relação muito directa:

$$\text{temperatura} \leftrightarrow \text{energia cinética por partícula.}$$

Estará a temperatura de um sistema relacionada com a energia cinética média das suas partículas? Não será a temperatura apenas uma manifestação macroscópica da maior ou menor agitação das partículas de um corpo?

Perguntas deste tipo têm uma importância fundamental em Física. Relacionam as observações à nossa escala macroscópica, sistematizadas e organizadas por conceitos como calor, temperatura, trabalho, etc., com o comportamento dos átomos e moléculas que constituem a matéria.

Sejamos ousados e investiguemos a seguinte hipótese, que designaremos como **interpretação microscópica de temperatura:**

> A temperatura de um corpo é proporcional à energia cinética média de translação das suas partículas.

Vamos ver a seguir que esta ideia nos ajuda a compreender muitos dos conceitos que discutimos nos capítulos anteriores.

7.3.1.1 Dissipação e Temperatura

Já no Capítulo 2 mencionámos que forças dissipativas, como o atrito, podem diminuir os termos de energia associados a movimentos macroscópicos, como a energia cinética de translação ou potencial de um corpo; que estes processos são acompanhados de aumento de temperatura.

No capítulo 3 interpretámos colisões inelásticas como envolvendo transferência de energia cinética de translação para outros movimentos.

Agora compreendemos que a energia transferida para um sistema pode aumentar a energia do movimento desordenado das suas moléculas ou átomos. Esses movimentos não são visíveis. Estes processos são acompanhados de um aumento de temperatura, porque a temperatura é proporcional à energia cinética média por partícula.

Assim, forças dissipativas, como a força de atrito, não violam a lei de conservação de energia. Mas permitem transferência de energia de movimentos macroscópicos para movimentos desordenados de átomos e moléculas. Resultado: aumento de temperatura.

7.3.1.2 Equilíbrio térmico

Consideremos dois sistemas de partículas com energias cinéticas médias diferentes. O Teorema da Equipartição diz-nos que as partículas mais velozes devem diminuir de energia até que ambos os sistemas tenham a mesma energia média por partícula.

De acordo com a interpretação microscópica de temperatura, isto significa que a energia é transferida do corpo a temperatura mais alta para o de temperatura mais baixa, até estarem à mesma temperatura.

A condição de igualdade de temperaturas no equilíbrio térmico traduz, pois, a condição de igualdade de energias cinéticas médias do Teorema da Equipartição.

7.3.1.3 Condução de calor

No processo de condução a energia é transportada num material sem que haja movimentos macroscópicos.

Se as duas pontas de uma barra de cobre estão a temperaturas diferentes, os átomos têm maior energia cinética média onde a temperatura é mais alta. A energia cinética média por partícula, proporcional à temperatura, varia ao longo da barra.

Mas o teorema da equipartição diz que esta situação não é de equilíbrio. Partículas mais velozes ao colidirem com partículas mais lentas, tendem a transferir parte da sua energia para estas. A energia é transferida de zonas de temperatura mais alta para zonas de temperatura mais baixa, através do movimento desordenado dos átomos e moléculas.

Em resumo, o processo de condução de calor está associado à transferência de energia em colisões entre átomos ou moléculas em movimentos térmicos desordenados.

7.3.2 Capacidade térmica molar

De acordo com o teorema da equipartição, as partículas de duas substâncias diferentes, à mesma temperatura, terão a mesma energia cinética média. Então podemos concluir:

> A variação de energia cinética média por partícula depende da variação de temperatura, mas não da substância em causa.

Vamos ver que esta ideia tem consequências para as capacidades térmicas das substâncias.

Por definição de capacidade térmica mássica, para variarmos a temperatura de uma massa m de uma substância de ΔT, precisamos de uma energia

$$\Delta E = mc\Delta T,$$

em que c é a capacidade térmica mássica. Se a massa molar dessa substância for M, o número n de moles na massa m é:

$$n = \frac{m}{M}.$$

Isto é,

$$\Delta E = nMc\Delta T \equiv nc_{\text{molar}}\Delta T. \tag{7.1}$$

A quantidade $c_{\text{molar}} \equiv Mc$ é a capacidade térmica molar. Como vemos pela definição da Eq. 7.1, é a quantidade de energia necessária para aumentar de $1\,\mathtt{K}$ ($\Delta T = 1$) a temperatura de um mole da substância ($n = 1$).

Um mole de uma substância tem um número de Avogadro de partículas, $N_0 \approx 6 \times 10^{23}$. A variação de energia média por partícula é obtida da Eq. 7.1, dividindo ΔE pelo número de partículas nN_0,

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta E}{nN_o} = \frac{c_{\text{molar}}}{N_0}\Delta T.$$

No início desta secção tínhamos concluído que a variação de energia cinética por partícula depende apenas de ΔT e não da substância em causa. Suponhamos agora que a variação de energia do corpo é exclusivamente na forma de energia cinética de translação das partículas; neste caso c_{molar}/N_0 é o mesmo para todas as substâncias. Podemos então concluir que:

> Em condições em que a variação de energia de um corpo seja na forma de energia cinética das suas partículas, a capacidade térmica molar tem um valor universal, independente da substância.

Na tabela 7.1 representam-se as capacidades térmicas mássicas e molares de algumas substâncias, à temperatura ambiente. As duas primeiras são gases monoatómicos. As partículas são átomos, não moléculas, e a energia do gás é, sobretudo, energia cinética de translação dos átomos. As capacidades térmicas molares são de facto quase iguais, enquanto as mássicas diferem de um factor de 10. Em gases moleculares (oxigénio, O_2, azoto, N_2) a variação de temperatura pode fazer variar a energia de movimentos internos das moléculas; a capacidade térmica molar resulta diferente da dos gases monoatómicos.

▷ Problema 7.3

As restantes substâncias da tabela são sólidas, metais. De novo, a variação das capacidades molares é muito mais pequena que a das capacidades mássicas. O valor é sensivelmente o dobro da dos gases. De facto, a variação de energia, com a variação de temperatura, não é apenas de energia cinética. Num sólido as partículas oscilam em torno de uma posição de equilíbrio e a energia potencial também varia com a temperatura. Curiosamente, as variações de energia cinética e potencial são quase iguais à temperatura ambiente e a capacidade térmica molar resulta sensivelmente no dobro da dos gases monoatómicos.

Substância	$c\,/\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$	$c_{\mathtt{molar}}\,/\mathtt{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
He	3157	12,4
Argon	314	12,2
Alumínio	913	24,6
Cobre	385	24,5
Ouro	132	26,0
Chumbo	126	26,1
Prata	235	25,3
Sódio	1240	28,5

Tabela 7.1: Capacidades térmicas mássicos e molares de várias substâncias.

7.3.3 Calor Latente

No capítulo 4 vimos que, durante uma mudança de estado físico, a energia de um corpo pode variar sem que varie a sua temperatura. À luz da interpretação microscópica de temperatura esta observação é muito fácil de compreender.

As propriedades da água líquida e do gelo são muito diferentes (a primeira é um líquido e o gelo um sólido). É natural supor que a disposição das moléculas de água no líquido e no gelo seja diferente. Por isso, a energia associada às respectivas posições deve variar entre o estado líquido e o sólido. A energia necessária para fundir o gelo deve ser sobretudo energia potencial resultante das forças entre as moléculas. Só depois de conseguida a fusão completa, é que a energia posteriormente fornecida leva ao aumento da energia cinética das moléculas e, por conseguinte, ao aumento de temperatura.

▷ Problema 7.4

7.3.4 Temperatura Absoluta

Se existe de facto esta relação entre energia cinética média de translação por partícula, ε_c, e a temperatura, por que não medir a temperatura de um corpo por ε_c? *Por favor não, uma nova escala de temperatura, agora que nos habituámos ao* `kelvin`?

A boa notícia é que a escala absoluta de temperatura é, precisamente, uma escala em que a temperatura T é proporcional à energia cinética média de translação das partículas. A relação, especificamente, é a seguinte:

$$\varepsilon_c = \frac{3}{2} k_B T \tag{7.2}$$

em que:

- T é a temperatura em `kelvin`;
- ε_c é a energia cinética de translação média por partícula, num corpo à temperatura T;
- a constante k_B é universal, isto é tem o mesmo valor para qualquer corpo e qualquer substância, e designa-se por constante de Boltzmann.

Repare-se que se k_B não fosse uma constante universal, não seria verdade que dois corpos à mesma temperatura têm a mesma energia cinética média por partícula. O valor de k_B, no sistema internacional, é:

$$k_B = 1,38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}.$$

Este valor significa que, à temperatura de um Kelvin, a energia cinética média de translação *por partícula* é

$$(3/2) \times 1,38 \times 10^{-23} = 0,92 \times 10^{-23}\ \texttt{J};$$

o valor pequeno, nas unidades usuais, não surpreende, já que se trata da energia de *uma* partícula.

O zero absoluto

Por definição, a energia cinética de translação de uma partícula não pode ser negativa. Por isso, a temperatura em `kelvin` não pode ser negativa. De acordo com a Eq. 7.2, para $T = 0$ (zero absoluto), a energia cinética média por partícula seria zero.

De facto, a temperaturas suficientemente baixas, os efeitos quânticos no movimento das partículas tornam-se mais evidentes e a Eq. 7.2 deixa de ser válida. Um exemplo é o caso do movimento do electrão no átomo de hidrogénio.

Um electrão numa orbital 1`s` do átomo de hidrogénio está no estado de energia mais baixa possível. Isso é o resultado da aplicação das leis de movimento da mecânica quântica a este sistema, constituído por um protão e um electrão. Num sistema regido pelas leis da mecânica quântica, o estado de mais baixa energia pode ter movimento e energia cinética não nula. Com efeito, a energia cinética do electrão na orbital 1`s` do átomo de hidrogénio é diferente de zero.

O que é então o zero absoluto?

À temperatura do zero absoluto, $T = 0$, um sistema tem a menor energia possível permitida pelas leis quânticas de movimento. Encontra-se no chamado *estado fundamental.* Para temperaturas superiores a zero pode encontrar-se em estados excitados.

Para um sistema como um gás, em que as partículas se movem livremente e as forças de interacção entre elas são muito fracas, o teorema de equipartição é de facto verificado: a energia cinética média de translação é proporcional à temperatura. Em líquidos e sólidos, a importância das interacções entre as partículas aumenta à medida que a temperatura diminui, o sistema se aproxima do seu estado de mais baixa energia e os efeitos quânticos se tornam mais importantes. O teorema de equipartição é, contudo, uma aproximação muito boa se a temperatura não for muito baixa. Mas, como vemos, a história do conceito **temperatura** ainda não está completa...

7.4 Conservação de energia e dissipação

Voltamos, finalmente, à questão com que abrimos este curso.

> Como conciliar a ideia científica de conservação de energia com a noção corrente que a energia se gasta?

Aprendemos ao longo do curso que o princípio de conservação de energia é universal. Se a energia num sistema, ou num certo tipo de movimento, diminui é porque aumenta noutro lado. Vimos que a dissipação corresponde à passagem de energia de formas de movimento macroscópicas para movimentos desordenados, que se manifestam por aumentos de temperatura. Por outras palavras, o que chamamos "consumo" de energia é de facto o aumento de desordem na matéria.

Quando uma bola em movimento pára por efeito de forças de atrito, a energia do seu movimento de translação, em que todas as partículas da bola se deslocavam em conjunto de uma forma ordenada, está agora em movimentos desordenados das moléculas da bola e dos corpos com que contactou. A agitação térmica dessas moléculas aumentou ligeiramente. A energia que estava concentrada num só movimento colectivo está agora espalhada em movimentos independentes de muitas moléculas.

Quando lançamos uma bola ao ar num campo gravítico, a sua energia cinética converte-se em potencial, enquanto a bola sobe. Mas, esta transformação é revertida, quando a bola desce: a energia potencial transforma-se de novo em energia cinética. Quando há passagem de energia de movimentos macroscópicos para movimentos desordenados a nível microscópico, não podemos repor a situação original. Atente-se, por exemplo, na experiência de Joule ou na Actividade A9 de aumento de temperatura da água com a varinha mágica. Seria bom que, ao colocar a varinha em água quente, a varinha começasse a girar e a água a arrefecer. Joule poderia esperar a vida inteira até que a energia transferida para a água pela queda das massas voltasse a elevar as massas enquanto a temperatura da água descia. Estes processos são irreversíveis.

Este é portanto o verdadeiro significado do "consumo" de energia. A energia não se gasta. Mas passa, de um modo irreversível de formas mais organizadas da matéria, para formas mais desordenadas.

Mas isto é assunto para outro curso.

7.5 Problemas, exercícios e actividades

7.5.1 Actividades

7.1. **Observação Movimento Browniano**
Observar ao microscópio o movimento de pequenas gotas de leite suspensas em água. Ver a ficha de actividade A17.

7.2. **Flutuações estatísticas**.
Juntem-se dez moedas idênticas numa caixa. Agite-se a caixa e conte-se o número n de moedas com uma dada face visível. Repita-se a experiência várias vezes, e represente-se o número n como função do número de ordem da experiência $(1, 2, \dots)$. O número n evidenciará *flutuações estatísticas* em torno do valor médio $\langle n \rangle = 5$.

7.3. **Conceitos novos**.
Recordar os seguintes conceitos e escrever uma breve explicação do respectivo significado:

(a) movimento browniano;
(b) teorema da equipartição de energia;
(c) flutuações estatísticas;
(d) estado fundamental;
(e) zero absoluto;
(f) capacidade térmica molar.

7.5.2 Problemas

7.1. **O tamanho de uma gotícula**.
A massa volúmica da água, $\rho = 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ permite-nos calcular a massa de uma gota de diâmetro $1\,\mu$m. Se soubermos a massa de uma molécula, podemos saber quantas moléculas há nessa massa. Como? A consulta de um quadro periódico dá-nos a massa de um mole de H_2O. Como podemos então calcular a massa de uma molécula?

7.2. **Velocidades térmicas de partículas de diferente massa**.
Usando o valor da constante de Boltzmann, calcular a velocidade térmica das seguintes partículas à temperatura ambiente, $T = 300\,\mathrm{K}$:

- uma molécula de oxigénio;

- uma molécula de hidrogénio;
- uma gota de leite ($d = 1\,\mu$m) suspensa em água;
- uma bola de ping-pong.
  Por que razão não observamos o movimento browniano de uma bola de ping-pong?

7.3. **Capacidades térmicas molares**
Usando a seguinte tabela de calores mássicos e um quadro periódico, calcular as capacidades térmicas molares das seguintes substâncias.

Substância	$c\,/\,\mathtt{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
He	3157
Argon	314
Alumínio	913
Cobre	385

7.4. **Lei de Dulong e Petit**
Numa situação em que toda a energia que fornecemos a um corpo aparece como energia cinética de translação das suas partículas, a Eq. 7.2 permite calcular o valor da capacidade térmica molar. Qual é o valor que se obtém? Comparar com os valores na Tabela 7.1.

Bibliografia

[1] Sizes. URL: http://www.sizes.com/units/calorie.htm, Dezembro 2003.

[2] Internacional Atomic Energy Agency. Energy, electricity and nuclear power estimates for the period up tp 2020. Technical report, IAEA, http://www.iaea.org, 2001.

[3] CERN. URL: www.cern.ch.

[4] R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M. Sands. *The Feynman Lectures on Physics*, volume I. Addison-Wesley, 1963.

[5] IBM. Moving atoms: Welcome to the STM gallery. URL: http://www.almaden.ibm.com/vis/stm/gallery.html.

[6] Manuel Joaquim Marques. Funcionamento dos músculos. Projecto FARADAY, Departamento de Física, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, 2003.

[7] NASA. Wilkinson microwave anisotropy probe. URL: http://map.gsfc.nasa.gov, Abril 2004.

[8] HSW Media Networks. Howstuffworks. http://people.howstuffworks.com/hydropower-plant.htm.

[9] National Museum of Science and Industry. Joule's paddle-wheel apparatus. URL: http://www.sciencemuseum.org.uk/collections/treasures/joules.asp.

[10] REN. Rede eléctrica nacional, informação técnica. http://www.ren.pt/sections/tecnica/maparen/default.asp.

[11] United States Geological Survey. Water science for schools. http://ga.water.usgs.gov/edu/.

[12] R. M. Tennent, editor. *Science Data Book*. Oliver & Boyd, 1971.

[13] C. Tuijn and B. W. Kooi. The measurement of arrow velocities in the student's laboratory. *Eur. J. Phys.*, 13:127, 1992.