



FACULDADE DE CIÊNCIAS  
UNIVERSIDADE DO PORTO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA |

Projecto Faraday  
Actividades do 12<sup>o</sup> ano: A32 a A49  
Fichas para Alunos

Departamento de Física  
Faculdade de Ciências, Universidade do Porto

Fundação Calouste Gulbenkian

## **Ficha Técnica**

### **Projecto Faraday**

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

### **Financiamento**

Fundação Calouste Gulbenkian.

### **Execução**

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

### **Escolas Participantes**

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

### **Coordenação**

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

## **Portal**

URL: <http://www.fc.up.pt/faraday>

## **Autores**

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques
- Carlos M. Carvalho

## **Revisão**

- Elisa Arieiro
- Fátima Mota



# Conteúdo

Ficha Técnica . . . . .	ii
<b>Fichas para Alunos</b>	<b>7</b>
A32: Alcance de um projectil . . . . .	7
A33: Lei de Amonton-Coulomb . . . . .	17
A34: Atrito e força centrípeta . . . . .	21
A35: Distância de travagem . . . . .	25
A36: Máquina de Atwood . . . . .	29
A37: Variação de Pressão com profundidade . . . . .	35
A38: Princípio de Arquimedes . . . . .	39
A39: Animações de Fluidos . . . . .	43
A40: Ilustrações do teorema de Bernoulli . . . . .	47
A41: Força de Stokes e viscosidade de um líquido . . . . .	51
A42: Movimento harmónico simples . . . . .	55
A43: O que é uma equação de movimento . . . . .	59
A44: Momento linear em colisões . . . . .	67
A45: Electrostática em casa . . . . .	73
A46: Experiência de Millikan . . . . .	77
A47: Estudo do condensador plano . . . . .	81

A48: Descarga de Condensadores . . . . .	85
A48B: Descarga de condensadores (com aquisição automática) . . . .	89
A49: Características $I - V$ . . . . .	93

# Lista de Figuras

1	Escolha de eixos para movimento de projectil. . . . .	9
2	A equação $y(t) = 0$ tem duas soluções $t_1$ e $t_2$ . Só a solução $t_2 > 0$ corresponde ao tempo de voo. . . . .	15
3	Registando o valor da força exercida no sensor quando este se põe em movimento podemos determinar o coeficiente de atrito com a superfície da mesa. . . . .	18
4	Que força tem actuar no corpo para que este não se desloque sobre a mesa? . . . . .	22
5	Mesa giratória PASCO. . . . .	23
6	Qual é a aceleração destes dois corpos? . . . . .	30
7	Montagem proposta para esta experiência. . . . .	32
8	O barómetro da Vernier dispõe de um engate onde pode ser fixado um tubo. O engate comunica com o sensor de medição de pressão através de um orifício visível no seu interior. . . . .	36
9	Processo de medir a diferença entre a pressão atmosférica e a pressão no interior de um líquido. . . . .	36
10	Montagem experimental. . . . .	40
11	Escala de cores para a pressão (a cores <i>online</i> ). . . . .	43
12	O que acontece à água dentro da palhinha? . . . . .	48
13	Demonstração do funil e bola. . . . .	49

---

14	Onde é que a pressão é menor? . . . . .	49
15	Montagem que permite medir, simultaneamente, a força e o deslocamento da massa suspensa. . . . .	56
16	Montagem para estudo de colisões. . . . .	68
17	Efeito tribo-eléctrico: quando separamos dois corpos, as cargas, em geral, não se dividem igualmente entre eles. . . . .	75
18	Esquema da montagem experimental. . . . .	82
19	Esquema da montagem experimental. . . . .	86
20	Esquema da montagem experimental. . . . .	91
21	Nenhum destes circuitos mede, em rigor, a característica $I - V$ da resistência. Porquê? . . . . .	94
22	Como medir a característica $I - V$ dos aparelhos de medida? . . . . .	95
23	Como medir a característica $I - V$ de uma pilha? Com o circuito b) ou c)? . . . . .	97



Actividade A32	<b>Alcance de um projectil</b>		
<i>Descrição</i>	Uma exploração gráfica e analítica do alcance de um projectil.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Usando como ponto de partida as equações paramétricas de movimento com aceleração constante, exploram-se questões de alcance de um projectil.

## Material

- Papel, lápis;
- calculadora gráfica ou folha de cálculo.

## O problema

Do lançar de uma pedra, ao salto em comprimento, ao tiro ao arco, ao golfe, ao futebol, são inúmeras as situações do quotidiano em que um corpo se desloca na atmosfera sujeito apenas ao peso e às forças devidas à presença da atmosfera. Os métodos de lançamento são variados, mas uma vez conhecidas a posição e a velocidade iniciais do projectil, após terminado o acto de lançamento, estas deixam de ser relevantes para determinar o movimento.

Num grande número destas situações uma questão fundamental é a do alcance:

Que distância é possível atingir antes de o projectil voltar ao solo?

Esta questão surge em problemas de balística, nos desportos de lançamento (dardo, peso, martelo), no salto em comprimento, etc.

O problema é relativamente simples se o peso for a força mais importante no movimento do projectil. Contudo, na maior parte das situações, as forças devidas à presença da atmosfera são muito importantes. Pense-se por exemplo, nas trajectórias caprichosas, cheias de curvas inesperadas, que alguns jogadores de futebol conseguem imprimir às bolas quando marcam livres.

Nesta actividade vamos usar as equações de movimentos com aceleração constante para discutir esta questão. Teremos em mente dois problemas:

Dados os valores dos recordes do salto em comprimento e lançamento do peso, será possível determinar as velocidades iniciais que permitem estes valores?

Como se trata de movimentos de baixa velocidade, são dominados pela gravidade e não pela resistência do ar.

Vamos usar um método diferente do habitual. Em vez de abordar directamente estas duas questões, vamos considerar o caso geral, sem especificar valores das variáveis importantes. Este processo é mais abstracto, mas mais geral, dando-nos a solução para qualquer problema deste tipo. Vão surgir muitas “fórmulas”. **Não tem qualquer interesse decorá-las. O que é importante é compreender o modo como foram obtidas.**

No final da ficha estão as respostas às várias questões. Devem ser usadas apenas para **verificar** as respostas obtidas por cada um.

## Resistência do ar

Para muitos projecteis (por exemplo, esferas sem rotação) a força de resistência do ar tem o sentido oposto ao da velocidade e vale, em módulo,

$$F = \frac{1}{2}c\rho Av^2,$$

em que:

- $v$  é o módulo da velocidade do corpo;

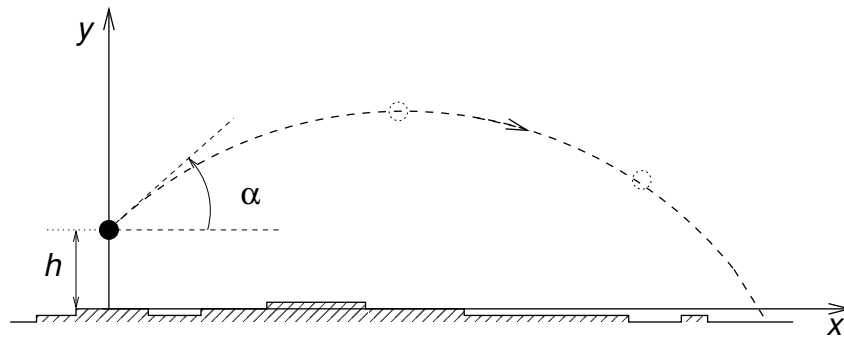


Figura 1: Escolha de eixos para movimento de projétil.

- $\rho$  é a massa volúmica do ar;
  - $A$  é a secção recta do corpo, na direcção perpendicular à do movimento (para uma esfera,  $\pi r^2$ );
  - $c$  é um coeficiente aerodinâmico que depende da forma do corpo. Não tem unidades e toma valores da ordem de  $c = 0,2 \sim 2$  (exceptuando situações de pára-quedas ou similares, em que se pretende maximizar a resistência do ar). Para uma esfera  $c \sim 0,5$ .
1. Para os seguintes corpos **estimar** a velocidade à qual a força de resistência do ar é da ordem de grandeza do peso (considerar  $c = 1$ ):
    - (a) bola de futebol (perímetro, 69 cm, massa 430 g);
    - (b) bola de ténis de mesa (diâmetro, 3,8 cm, massa, 2 g);
    - (c) corpo humano;
    - (d) automóvel;

## Equações paramétricas de movimento.

Vamos considerar os seguintes dados:

- O projétil move-se sujeito apenas ao peso,  $mg$ .

- O método de propulsão comunica-lhe uma velocidade inicial de módulo  $v_0$ .
- O lançamento é feito segundo um ângulo  $\alpha$  com a direcção horizontal.
- Usamos um sistema de eixos  $Oxy$ , em  $Ox$  é a direcção horizontal e  $Oy$  a vertical.
- A posição inicial é  $(0, h)$  e o projectil atinge o solo quando  $x = 0$ .

Estas grandezas são supostas conhecidas. O nosso objectivo é saber de que modo cada uma delas influencia o alcance do projectil.

2. Escrever, neste sistema de eixos, a forma do vector aceleração.
3. Expressar, em termos dos dados acima indicados, as componentes  $x$  e  $y$  da velocidade inicial.
4. Escrever as equações paramétricas para  $v_x(t)$  e  $v_y(t)$ , levando em conta as condições iniciais e a aceleração a que o corpo está sujeito.
5. Obter as equações paramétricas para  $x(t)$  e  $y(t)$ . Verificar, por derivação, que correspondem às velocidades determinadas na alínea anterior.

### Alcance e tempo de voo.

6. Mostrar que o alcance, coordenada  $x$  no momento em que o corpo atinge o solo, é determinado pela expressão

$$L = (v_0 \cos \alpha)t_v$$

em que  $t_v$ , o tempo de voo, é uma das soluções da equação quadrática para  $t$ ,

$$at^2 + bt + c = 0 \tag{1}$$

e

- $a = -g/2$ ;
- $b = v_0 \text{sen} \alpha$ ;
- $c = h$ .

Por simplicidade consideremos primeiro o caso em que o lançamento é feito do solo ( $h = 0$ ).

7. Para  $h = 0$ , as duas soluções da equação quadrática são:

$$\begin{aligned} t &= 0, \\ t &= \frac{2v_0 \text{sen} \alpha}{g}; \end{aligned}$$

Qual é a expressão do alcance em função dos parâmetros considerados conhecidos?

8. Qual é o ângulo de lançamento que dá o maior alcance para a mesma velocidade inicial  $v_0$ ?
9. Quais são o tempo de voo e a altura máxima, para a situação de alcance máximo?
10. Qual é o ângulo para o qual o tempo de voo é máximo? Qual é a altura máxima nesse caso?
11. Mostrar que a equação da trajectória tem a forma:

$$y = dx + ex^2$$

e determinar a forma dos coeficientes  $d$  e  $e$ . Representar as trajectórias para  $v_0 = 4 \text{ m s}^{-1}$  e  $\alpha = 30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , usando a calculadora gráfica ou uma folha de cálculo.

## Salto em comprimento

O salto em comprimento é um caso em que podemos considerar as alturas de partida e chegada iguais.

12. Sabendo que o recorde do mundo é perto de 9 m estimar o valor de velocidade inicial necessário para conseguir este salto.

## Lançamento acima do solo (Opcional)

Em muitas situações de interesse, como por exemplo o lançamento do peso, o projectil não é lançado do solo,  $h \neq 0$ .

13. Nesse caso a equação 1 tem uma solução positiva e uma negativa. Qual é a que determina o alcance? Que significado tem a solução negativa?
14. Obter a seguinte expressão para o alcance:

$$L = \frac{v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha + \sqrt{(v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha)^2 + 2v_0^2 g h \cos \alpha}}{g}$$

15. Representar graficamente  $L$  em função de  $v_0$  para um ângulo de lançamento de  $45^\circ$  e uma altura inicial de 1,85 m. Sabendo que o record do mundo do lançamento do peso é próximo de 20 m, estimar a velocidade que os atletas imprimem ao peso (massa de 7,6 kg).

## Respostas

1.

- (a)  $13,6 \text{ m s}^{-1}$ .
- (b)  $0,74 \text{ m s}^{-1}$ .
- (c) Usando  $A \sim 1,8 \times 0,50 = 0,9 \text{ m}^2$ ,  $m \sim 80 \text{ kg}$ , dá  $v = 38 \text{ m s}^{-1} = 136 \text{ km h}^{-1}$ .
- (d) Usando  $A \sim 2 \text{ m}^2$ ,  $m \sim 1500 \text{ kg}$ , dá  $v = 110 \text{ m s}^{-1} = 398 \text{ km h}^{-1}$ .

**Equações paramétricas de movimento.**

2.  $\vec{a} = -g\hat{j}$ .

3.  $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ ;  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ .

4.

$$v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y(t) = v_{0y} - gt = (v_0 \sin \alpha) - gt$$

5.

$$x(t) = v_{0x}t = (v_0 \cos \alpha)t$$

$$y(t) = h + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = h + (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2.$$

**Alcance e tempo de voo**6. O projectil chega ao solo quando  $y = 0$ :

$$h + (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

Esta equação quadrática para  $t$  tem duas soluções uma das quais corresponde ao instante em que o projectil atinge o solo,  $t_v$ . Substituindo esse valor na expressão de  $x(t)$  obtemos o alcance:

$$L = v_{0x}t_v = (v_0 \cos \alpha)t_v$$

7. Para  $h = 0$  a equação para  $y = 0$  é:

$$(v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = \left( (v_0 \sin \alpha) - \frac{1}{2}gt \right) t = 0.$$

A solução  $t = 0$  corresponde ao instante inicial. O tempo de voo é dado por

$$(v_0 \sin \alpha) - \frac{1}{2}gt = 0$$

$$t_v = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Neste instante o valor de  $x$  é o alcance:

$$L = (v_0 \cos \alpha)t_{\text{voo}} = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}.$$

8. Usando  $2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin(2\alpha)$  vê-se que o alcance máximo corresponde a  $\sin(2\alpha) = 1$ , ou seja,  $2\alpha = 90^\circ$  e  $\alpha = 45^\circ$ .
9.  $t_v = v_0^2/g$ . Quando  $v_{0y} > 0$  o corpo está a subir e quando  $v_{0y} < 0$  o corpo desce. Quando  $y(t)$  é máximo, a velocidade  $v_{0y} = 0$ .

$$\begin{aligned} v_y(t) &= v_{0y} - gt = (v_0 \sin \alpha) - gt = 0 \\ t &= \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{t_v}{2} \end{aligned}$$

Substituindo na expressão de  $y(t)$  e usando  $\sin 45 = \sqrt{2}/2$ .

$$y_{\text{max}} = v_0 \sin \alpha \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right) - \frac{1}{2}g \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{g} = \frac{v_0^2}{4g}$$

10.  $t$  é máximo se  $\sin \alpha = 1$ , ou seja,  $\alpha = 90^\circ$ : lançamento na vertical.

$$y_{\text{max}} = \frac{1}{2} \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

11. As equações de movimento são:

$$\begin{aligned} x(t) &= v_{0x}t = (v_0 \cos \alpha)t \\ y(t) &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2. \end{aligned}$$

Calculando  $t$  na primeira equação e substituindo na segunda obtemos  $y$  em função de  $x$ , ou seja, a equação cartesiana da trajectória:

$$\begin{aligned} t &= \frac{x}{v_{0x}} \\ y &= v_{0y} \left( \frac{x}{v_{0x}} \right) - \frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_{0x}} \right)^2 \end{aligned}$$

Ou seja

$$y = \left( \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right) x - \frac{g}{2v_{0x}^2} x^2 = (\tan \alpha)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2.$$



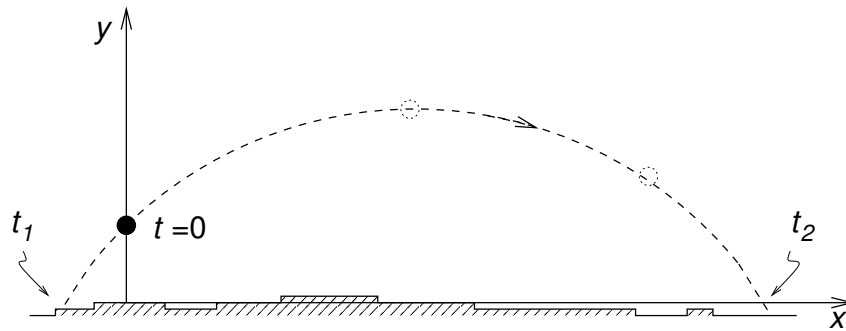


Figura 2: A equação  $y(t) = 0$  tem duas soluções  $t_1$  e  $t_2$ . Só a solução  $t_2 > 0$  corresponde ao tempo de voo.

Em conclusão

$$d = \tan \alpha$$

$$e = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

## Salto em comprimento

12. Como

$$L = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$$

o valor máximo corresponde a  $\alpha = 45^\circ$ , caso em que

$$L = \frac{v_0^2}{g}.$$

Se  $L = 9\text{ m}$ ,  $g = 9,8\text{ m s}^{-2}$ , temos

$$v_0 = \sqrt{Lg} = 9,4\text{ m s}^{-1}.$$

## Lançamento acima do solo (Opcional)

13. As equações “não sabem” se o movimento começou em  $t = 0$ . Para  $t < 0$  as equações descrevem um movimento de aceleração constante que tem os valores especificados de posição e velocidade em  $t = 0$ . Essa trajetória intersecta o eixo  $Ox$  para um valor de  $t$  negativo. Essa solução não é a que interessa por

que sabemos que para  $t < 0$ , antes do lançamento, o projectil não estava a mover-se sujeito apenas ao seu peso.

14. A equação que determina o instante em que  $y = 0$  (projectil no solo) é

$$h + (v_0 \operatorname{sen} \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

uma equação quadrática para  $t$ , da forma  $at^2 + bt + c = 0$ , com coeficientes

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{2}g \\ b &= (v_0 \operatorname{sen} \alpha) \\ c &= h. \end{aligned}$$

Aplicando a fórmula resolvente

$$t = \frac{-(v_0 \operatorname{sen} \alpha) \mp \sqrt{(v_0 \operatorname{sen} \alpha)^2 + 2gh}}{2(-g/2)}$$

ou

$$t = \frac{(v_0 \operatorname{sen} \alpha) \pm \sqrt{(v_0 \operatorname{sen} \alpha)^2 + 2gh}}{g}$$

A solução com o sinal menos é negativa e corresponde a um instante anterior ao lançamento. Usando a solução com o sinal + na equação para  $x$ , vem

$$\begin{aligned} L &= (v_0 \cos \alpha)t \\ &= \frac{v_0^2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + v_0 \cos \alpha \sqrt{(v_0 \operatorname{sen} \alpha)^2 + 2gh}}{g} \end{aligned}$$

Se introduzirmos o factor  $v_0 \cos \alpha$  dentro da raiz fica:

$$L = \frac{v_0^2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + \sqrt{(v_0^2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha)^2 + 2ghv_0^2 \cos^2 \alpha}}{g}.$$

15. Cerca de  $13 \text{ m s}^{-1}$ .

Actividade A33	<b>Lei de Amonton-Coulomb</b>		
<i>Descrição</i>	Mede-se um coeficiente de atrito com recurso a um sensor de força	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Medir um coeficiente de atrito estático puxando um sensor de força.

## Material

- Sensor de força;
- sistema de aquisição automática de dados;
- elástico ou mola longa;
- massas marcadas.

Na preparação desta actividade foram usados:

- material Vernier: interface (Ref. LabPro), software LoggerPro 3 e sensor de força (Ref. DFS-BTA).

## Descrição

Imaginemos o sensor de força, pousado sobre a superfície plana de uma mesa. Se estiver ligado, registará qualquer força aplicada no seu gancho de sustentação. Puxando por ele com um elástico, a força de atrito com a superfície da mesa começará por equilibrar a força exercida pelo elástico e o sensor permanecerá em repouso.

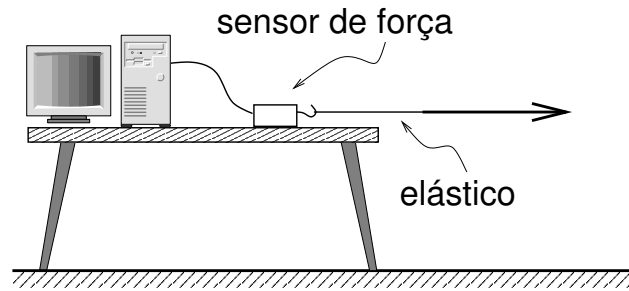


Figura 3: Registrando o valor da força exercida no sensor quando este se põe em movimento podemos determinar o coeficiente de atrito com a superfície da mesa.

Quando a força exercida pelo elástico for superior ao valor máximo da força de atrito  $\mu N = \mu mg$ , o sensor entra em movimento e a força exercida pelo elástico diminui.

O valor máximo registado pelo sensor é o valor máximo da força de atrito!

## Procedimento

1. Com base na ideia acima indicada, planear um processo de verificar a dependência do valor máximo da força de atrito no valor da reacção normal usando massas marcadas colocadas sobre o sensor para variar a massa a deslocar. O sensor de força é fornecido com um encaixe de alumínio. Usando este encaixe, as superfícies em contacto são as da mesa e do encaixe de alumínio.
  - (a) Sabendo que o sensor tem uma resolução de cerca de  $0,1\text{ N}$  e que  $\mu \sim 0,5$ , estimar os valores de massas que é necessário usar, para obter forças que possam ser medidas com o sensor.
  - (b) Medir a força máxima registada para diferentes massas colocadas sobre o sensor. Fazer três a quatro determinações para cada massa.
  - (c) Será possível determinar a massa do sensor sem usar qualquer balança? Como?

- (d) Como deve variar a força máxima registada com o valor da massa a deslocar? Usar uma representação gráfica adequada para obter o coeficiente de atrito.
2. Determinar o coeficiente de atrito entre o alumínio e a superfície da mesa.

### Questões

3. Discutir o modo de adaptar esta montagem à medição de coeficientes de atrito de outros materiais.
4. Será que o coeficiente de atrito que se obtém é o mesmo para qualquer posição inicial do sensor sobre a mesa? Discutir o planeamento de uma experiência para investigar esta questão.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>O fenómeno do atrito é muito complexo. O estado de limpeza e polimento das superfícies em contacto influencia significativamente o valor das forças de atrito.



Actividade A34	<b>Atrito e força centrípeta</b>		
<i>Descrição</i>	Mede-se o coeficiente de atrito e revê-se o movimento circular.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Medir um coeficiente de atrito estático com uma massa pousada numa mesa em rotação. Rever conceitos de movimento circular.

## Material

- Mesa giratória, PASCO ME-8951;
- motor de rotação, PASCO ME-8955;
- cronómetro automático, *Smart Timer* ME-8930;
- fonte de alimentação de 12 V, regulável.

## Descrição

Imaginemos uma corpo de massa  $m$  pousado numa mesa em rotação. Se o corpo não se deslocar sobre a superfície da mesa, terá um movimento circular com a mesma frequência de rotação da mesa,  $f$ . A sua aceleração será dirigida para o centro da mesa e de módulo

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Como corpo realiza  $f$  rotações por segundo,

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi f R,$$

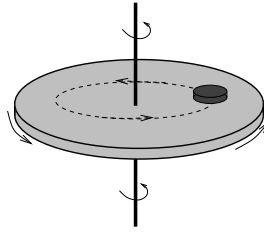


Figura 4: Que força tem actuar no corpo para que este não se desloque sobre a mesa?

e

$$a_c = 4\pi^2 m f^2 R.$$

Se o corpo está apenas pousado sobre a mesa, a força que actua sobre ele com direcção paralela ao plano da mesa é a força de atrito. Assim

$$F_a = ma_c = 4\pi^2 m f^2 R$$

Esta força aumenta com a frequência de rotação. Mas, como sabemos, ela não pode ultrapassar o valor máximo  $\mu N = \mu mg$ , pelo que, acima de uma certa frequência, o movimento circular deixa de ser possível e o corpo começa a deslizar sobre a mesa. Medindo esse valor limite de  $f$  é possível determinar o coeficiente de atrito.

## Procedimento

### A mesa giratória com motor

A mesa utilizada nesta actividade está representada na figura 5. Esta mesa pode ser accionada por um motor com velocidade de rotação regulável com uma fonte de alimentação variável. O motor deve ser montado conforme as instruções da mesa. A ligação entre o eixo do motor e da mesa é feita por uma polia plástica.





Figura 5: Mesa giratória PASCO.

### Contrôlo da velocidade do motor

Para usar a fonte com o valor de corrente limitada usar o seguinte procedimento:

- Com os botões de controlo de corrente e tensão rodados completamente para a esquerda, fazer um curto-circuito dos terminais positivo e de terra da fonte de alimentação.
- Rodar o botão de controlo de corrente até este indicar uma corrente de 1 A. Não tocar mais neste controlo.
- Ligar os terminais da fonte ao motor e regular a velocidade de rotação deste, usando apenas o controlo de tensão da fonte. Variar **muito lentamente** a tensão para não originar mudanças bruscas de velocidade de rotação que poderão projectar a massa que está pousada na régua. ▷**CUIDADO**

O controlo de velocidade de rotação é mais fácil se usarmos a roda de menor diâmetro no motor e a roda de diâmetro intermédio no eixo da plataforma.

## Medição de frequência

A frequência de rotação da mesa é medida com uma *photogate* ligada a um cronómetro *Smart Timer* em modo **speed**  $\rightarrow$  **rev/s** (ver instruções do *Smart Timer*). Depois de accionado o botão **start**, a frequência de rotação medida na *photogate* é mostrada segundo a segundo.

## Planeamento e execução

1. Planear e executar uma experiência para medir o coeficiente de atrito entre as superfícies das massas representadas na figura 5, e a da régua graduada. Ter o cuidado de usar os parafusos de travagem para evitar que as massas deslizem para fora da régua.
  - (a) Como varia a frequência  $f$  à qual as massas começam a deslizar sobre a régua com o raio inicial,  $R$ ?
  - (b) Se medirmos  $f$  em função de  $R$  como podemos obter  $\mu$ ?
  - (c) O coeficiente de atrito também pode ser medido com as duas massas fixas uma à outra. Obtém-se o mesmo valor?

## Questões

1. Discutir a seguinte descrição desta experiência:

Ao rodar, a massa fica sujeita a uma força centrífuga dirigida para o exterior da trajectória. Para frequência baixas a força de atrito é oposta a essa força e a massa fica fixa sobre a mesa. Aumentando a frequência, a força centrífuga aumenta e ultrapassa o valor máximo da força de atrito: o corpo desliza sobre a mesa.

Actividade A35	<b>Distância de travagem</b>		
<i>Descrição</i>	Constrói-se um modelo para a travagem de um automóvel e interpreta-se uma tabela de distâncias de travagem.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Interpretar uma tabela de distâncias de travagem tirada de um livro de código da estrada, usando um modelo que inclui o efeito da força de atrito e dos tempos de reacção.

## Material

- Calculadora;
- papel milimétrico, folha de cálculo, ou calculadora gráfica.

## Descrição

A tabela 1 foi extraída de um manual de código da estrada (*O Bom Condutor*, A. Serra Amaral, Porto Editora). Pretende-se utilizar conhecimentos de Física para compreender a origem dos valores apresentados.

$v/\text{km h}^{-1}$	40	50	60	70	80	90	100	110	120	140	180
$d/\text{m}$	19	27	36	46	58	71	85	101	118	155	245

Tabela 1: Tabela de distâncias de travagem.

1. Fazer um gráfico de  $d$  em função da velocidade,  $v$ . A distância de paragem é proporcional à velocidade do veículo? Os valores da tabela estão de

acordo com uma relação linear,

$$d(v) = av + b?$$

## Modelo

Quando um automóvel inicia uma travagem, surge entre os pneus e a estrada uma força de atrito de sentido oposto ao da velocidade do automóvel. Suponhamos que o automóvel se desloca em linha recta em terreno horizontal e tomemos a direcção e sentido da sua velocidade como sendo a do versor  $\hat{i}$ . Então, em  $t = 0$

$$\vec{v} = v\hat{i}$$

e, para  $t > 0$ ,

$$\vec{F} = -F_a\hat{i}.$$

Por simplicidade supomos que  $F_a$  é constante na travagem.

2. Escrever as equações para  $v_x(t)$  e  $x(t)$ .
3. Calcular o tempo que demora a travagem e determinar a distância de travagem em função da velocidade inicial,  $v$ , de  $F_a$  e da massa do veículo.

## Força de atrito

O seguinte modelo para a força de atrito é muitas vezes usado:

$$F_a = \mu_c p$$

em que  $\mu_c$  é o coeficiente de atrito cinético e  $p$  o peso do veículo.

4. Mostrar que este modelo explica por que razão as distâncias de travagem indicadas nos livros de código não dependem da massa dos veículos.
5. Com este modelo, que gráfico se deverá obter representando  $d$  em função de  $v^2$ ?

6. Usando os valores da tabela 1, representar graficamente  $d$  em função de  $v^2$  e verificar se estes dados estão de acordo com o modelo. Qual deveria ser a ordenada na origem no gráfico de  $d$  contra  $v^2$ ?

### **Tempo de reacção**

Existe um tempo de reacção,  $\tau$ , entre o instante em que o condutor se apercebe que tem que travar e o início da travagem.

7. A distância percorrida pelo veículo no intervalo de tempo  $\tau$  deve ser incluída no cálculo da distância de travagem. Porquê?
8. Escrever uma expressão para a distância de travagem em função de  $\mu_c$ ,  $\tau$  e  $v$  que inclua a distância percorrida durante o tempo de reacção.
9. Na expressão da alínea anterior, que tipo de gráfico se obtém, representando  $d/v$  em função de  $v$ ? Representar os dados da tabela deste modo. Estão de acordo com o modelo que obteve na alínea anterior?
10. Determinar os valores de  $\mu_c$  e  $\tau$  usados no cálculo da tabela 1.



Actividade A36	<b>Máquina de Atwood</b>		
<i>Descrição</i>	Estudo de uma máquina de Atwood improvisada.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Construir uma máquina de Atwood com base em componentes de uso geral. Estudar o movimento de duas massas na geometria da máquina de Atwood.

## Material

- *Smart Pulley* PASCO;
- sensor de passagem (*photogate*, Pasco ME-9204B);
- linha de coser ou fio de pesca;
- cronómetro automático, *Smart Timer* Pasco ME-8930;
- massas marcadas de cerca de 200 g;
- Dez massas idênticas de cerca de 1 g;

Na experiência realizada na FCUP usámos anilhas com uma massa de 0,803 g cada, para variar os valores das massas suspensas.

## Descrição

O princípio da máquina de Atwood resume-se a uma pergunta simples sobre a montagem esquematizada na figura 6:

Qual é a aceleração de cada um dos corpos?

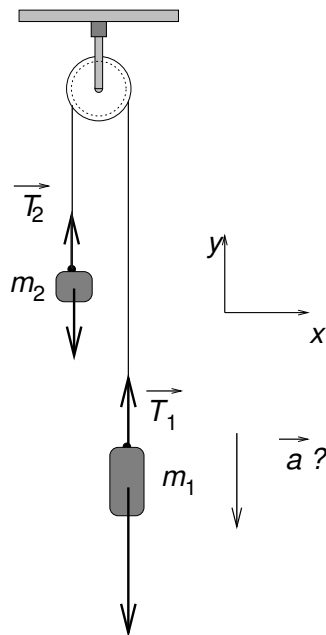


Figura 6: Qual é a aceleração destes dois corpos?

Se o fio tiver um comprimento fixo, os deslocamentos dos dois corpos são simétricos: se o deslocamento de  $m_2$  for  $\Delta y \hat{\mathbf{j}}$ , o de  $m_1$  será  $-\Delta y \hat{\mathbf{j}}$ . Os dois corpos têm velocidades e acelerações simétricas.

Quando o corpo de massa  $m_1$  tem um deslocamento  $\Delta y \hat{\mathbf{j}}$ , a sua energia potencial varia de

$$\Delta E_{p1} = m_1 g \Delta y.$$

O corpo de massa  $m_2$  tem um deslocamento simétrico,  $-\Delta y \hat{\mathbf{j}}$ , pelo que a sua energia potencial gravítica será

$$\Delta E_{p2} = -m_2 g \Delta y.$$

Se o sistema estiver inicialmente em repouso e não houver dissipação de energia por atrito, esta variação de energia potencial aparecerá como energia cinética dos dois corpos, do fio e da roldana:

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + E_c^{(fio)} + E_c^{(rold)} = -(\Delta E_{p1} + \Delta E_{p2}).$$



(Por que é que esta equação estaria incorrecta sem o sinal menos? Se o sistema passar de repouso a um estado de movimento com energia cinética, a variação de energia potencial é positiva ou negativa?)

Se as massas  $m_1$  e  $m_2$  forem muito maiores que as massas do fio ou da roldana, podemos desprezar  $E_c^{(fio)}$  e  $E_c^{(rold)}$  por comparação com a energia cinética das duas massas. Obtemos, então:

$$v^2 = -2 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \Delta y. \quad (2)$$

Se a aceleração da massa  $m_1$  for  $-a\hat{j}$ , teremos

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2}at^2$$

e

$$v_y(t) = -at,$$

ou seja,

$$v_y^2 = (-at)^2 = a^2 \left( \frac{-2\Delta y}{a} \right) = -2a\Delta y. \quad (3)$$

Comparando esta equação com a eq. 2, vemos que a aceleração  $a$  vale:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (4)$$

O objectivo desta experiência é verificar se esta relação é aproximadamente verificada para duas massas da ordem de 100 ~ 200 g e uma roldana *Super-Pulley*.

## Procedimento

A montagem proposta para esta experiência está indicada na figura 7. O *Smart Timer* no modo **Count**→**Manual** mede o número de vezes que o feixe da *photogate* é interrompido por um dos raios da roldana. Como esta tem 10 raios e um diâmetro (ranhura a ranhura) de  $d = 4,8$  cm, uma contagem de  $N$

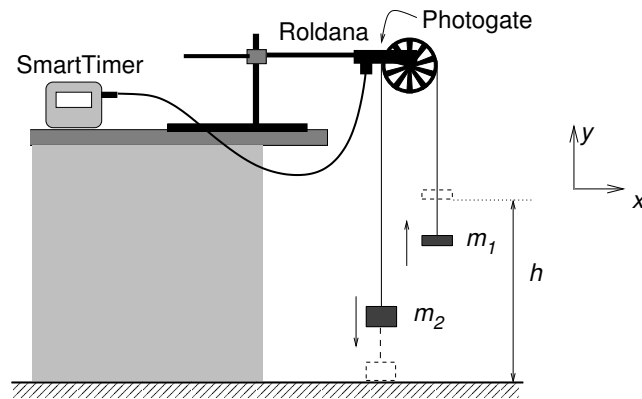


Figura 7: Montagem proposta para esta experiência.

corresponde a uma distância linear de fio de

$$l = \frac{N}{10} \times \pi d = 1,508 \times N \text{ cm.}$$

Usando este resultado podemos obter a distância  $h$  medindo o valor de  $N$  correspondente.

No modo **Time**  $\rightarrow$  **Stopwatch**, o *Smart-Timer* funciona como um cronómetro manual. No modo **Acel**  $\rightarrow$  **LinearPulley** mede directamente a aceleração em  $\text{cm s}^{-2}$ .

## Movimento uniformemente acelerado

1. Planear uma experiência para verificar se o movimento de cada massa é uniformemente acelerado, medindo o tempo de queda para diferentes valores de  $h$ .
  - (a) Qual é a relação entre o deslocamento e o tempo para um movimento com uma aceleração constante e velocidade inicial nula?
  - (b) Qual o valor máximo da distância de queda permitida pela montagem prevista?

- (c) Para obter tempos de queda para, pelo menos, quatro distâncias de queda, qual será a distância mínima?
  - (d) Sendo difícil medir com precisão tempos de queda inferiores a  $\sim 1$  s, que aceleração será necessária para que o tempo de queda para a menor distância prevista seja da ordem de 1 s?
  - (e) Escolher as configurações de massas a partir das estimativas das alíneas anteriores.
2. Executar a experiência recolhendo os tempos de queda para várias distâncias  $h$ . Fazer pelo menos três a quatro determinações para cada distância e construir uma tabela com  $h$ , tempo médio de queda e respectiva incerteza absoluta.
  3. Verificar se os valores obtidos são consistentes com a lei do movimento uniformemente acelerado e determinar a respectiva aceleração. Que variáveis têm uma representação gráfica linear cujo declive é proporcional ao valor da aceleração?

### Acelerações para diferentes configurações

4. Planear uma experiência para medir as acelerações para diferentes valores de  $m_1 - m_2$ , mantendo  $m_1 + m_2$  constante. Usar o *Smart Timer* para medição directa da aceleração (modo **Accel**  $\rightarrow$  **Linear Pulley**).
  - (a) Com as massas disponíveis, estimar os valores máximo e mínimo da aceleração que é possível obter.
  - (b) Realizar a experiência obtendo três a quatro valores de aceleração para cada configuração das massas. Construir uma tabela dos valores de  $m_1 - m_2$ , da aceleração (valor médio) e da respectiva incerteza absoluta.
  - (c) Com uma representação gráfica apropriada, verificar se os dados são consistentes com a previsão da equação 4. O declive é o esperado?

**Questões**

5. Podemos designar por  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$  as forças que o fio exerce sobre cada uma das massas  $m_1$  e  $m_2$ . Mostrar que o valor da aceleração da equação 4 é obtido se suposermos que

$$\|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\|.$$

6. Calcular em função de  $m_1$  e  $m_2$  o valor da tensão do fio  $T = \|\vec{T}_1\| = \|\vec{T}_2\|$ . Qual é valor da força exercida pelo fio na roldana? (Ignorar forças de atrito.)
7. Que acontece se a massa da roldana e/ou do fio não for desprezável? A aceleração é maior ou menor que o valor previsto? Porquê?

Actividade A37	<b>Variação de pressão com profundidade</b>		
<i>Descrição</i>	Explora-se a variação de pressão com a profundidade com um sensor barométrico.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Uma exploração simples da variação de pressão com a profundidade em água, usando um sensor barométrico.

## Material

- Sensor barométrico (Vernier BAR-BTA);
- interface de aquisição, Lab-Pro, e computador, ou calculadora gráfica TI e interface CBL2;
- tubo de PVC transparente (8 mm de diâmetro exterior e parede de 1,5 mm);
- abraçadeira;
- recipiente profundo ( $\sim 50$  cm) com água;
- régua ou fita métrica.

## Sensor barométrico

O sensor barométrico BAR-BTA é um sensor de pressão absoluta. Uma membrana flexível limita uma célula em vazio. A deformação da membrana varia linearmente com a pressão exterior. O sensor tem uma gama de 0,8 a

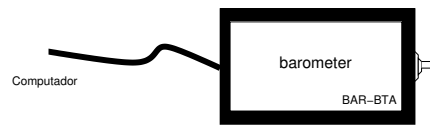


Figura 8: O barómetro da Vernier dispõe de um engate onde pode ser fixado um tubo. O engate comunica com o sensor de medição de pressão através de um orifício visível no seu interior.

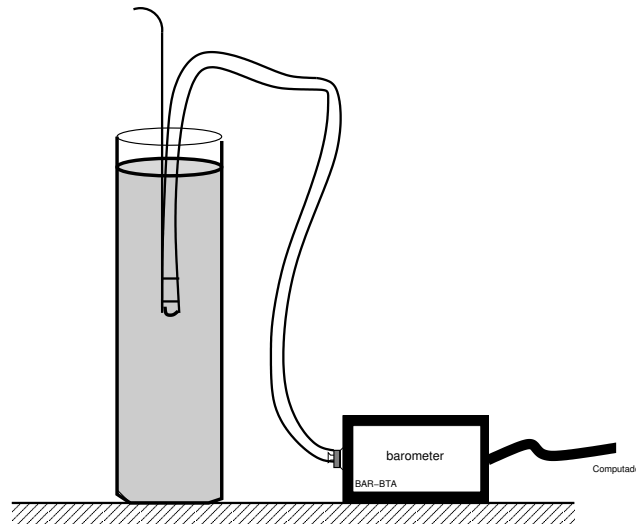


Figura 9: Processo de medir a diferença entre a pressão atmosférica e a pressão no interior de um líquido.

1,05 atm, e pode ficar danificado com exposição a pressões superiores a 2 atm. (1 atm = 101325 Pa). A resolução é de  $10^{-3}$  atm = 100 Pa.

Para medir a pressão no interior de um recipiente com água pode adaptar-se um tubo de transparente ao engate do barómetro.

Ao ligar o sensor a uma interface LABPRO ou CBL2, ele é reconhecido imediatamente.

## Procedimento

Pretende-se ligar um tubo flexível ao barómetro, de modo que a junção não deixe passar o ar e investigar o que acontece ao mergulhar este tubo num

recipiente com líquido, conforme o esquema da figura 9.

1. Realizar uma experiência que permita medir a variação da pressão do ar no tubo transparente em função da profundidade  $h$  no recipiente com água.
2. Obter uma medição da massa volúmica da água a partir de uma representação gráfica da variação de pressão com a profundidade  $h$ .

### Questões

3. O barómetro mede a pressão do ar no interior do tubo. Por que razão sobe a água no interior do tubo? Se a pressão aumenta, o volume de ar no tubo pode manter-se constante?
4. Como deve ser medida a profundidade de água à qual é medida a pressão? É a profundidade a que está a entrada do tubo, ou a profundidade a que está a superfície da água no interior do tubo?
5. Por que razão é importante que a junção entre o barómetro e o tubo de sondagem seja estanque e não deixe passar o ar?





Actividade A38	<b>Princípio de Arquimedes</b>		
<i>Descrição</i>	Estuda-se a impulsão de um cilindro em função do seu volume imerso.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Medir a impulsão de um cilindro em função do seu volume imerso. Medir o peso do recipiente com água em que está imerso o cilindro e comparar as duas medições.

## Material

- Sensor de força Vernier (DFS-BTA), ou dinamómetro (0 – 10 N);
- interface de aquisição, Lab-Pro, e computador, ou calculadora gráfica TI e interface CBL2;
- cilindro de alumínio (foi usado um cilindro com cerca 16 mm de diâmetro e 35 cm de altura; peso  $\sim 2,3$  N).
- recipiente profundo ( $\sim 50$  cm) com água;
- balança.

## Procedimento

Pretende-se efectuar uma montagem semelhante à da figura 10 para investigar a variação dos valores medidos no dinamómetro e na balança com o volume do cilindro que está imerso na água.

1. Variar a altura da parte do cilindro que está imersa em água e registar, para cada altura, as leituras do dinamómetro e da balança.

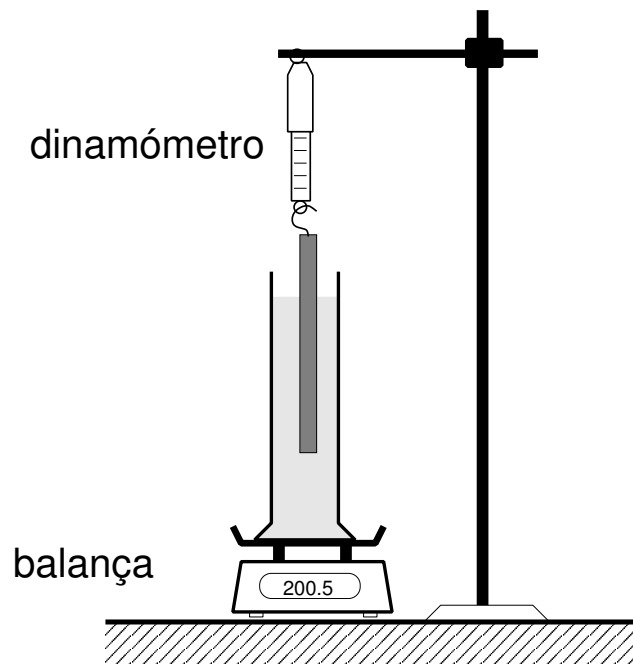


Figura 10: Montagem experimental.

## Questões

Seja  $p_c$  o peso do cilindro no ar,  $I$  a força de impulsão sobre o cilindro (para um dado volume imerso) e  $p_a$  o peso do recipiente com a água.

2. Conhecendo o valor do peso do cilindro no ar,  $p_c$ , como se pode determinar a força de impulsão a partir da medição do dinamómetro?
3. Será indiferente medir  $p_c$  com o dinamómetro ou a com balança, para determinar  $I$ ?
4. De acordo com o princípio de Arquimedes, como varia a impulsão com a altura imersa do cilindro?
5. Da representação gráfica da impulsão em função da altura imersa pode obter-se uma medição da massa volúmica da água. Como?
6. A indicação da balança é sempre  $p_a$ , o peso do recipiente e da água? Se não, que valor indica a balança, então?

7. Se a indicação da balança,  $p$ , é diferente do peso do recipiente e da água,  $p_a$ , que relação existe entre  $p - p_a$  e  $I$ ? Que declive terá a representação gráfica de  $I$  em função de  $p - p_a$ ?



Actividade A39	<b>Animações de fluidos</b>		
<i>Descrição</i>	Comentam-se duas animações de movimentos de Fluidos.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/09/2005

## Objectivo

Visualizar e comentar duas animações de movimentos de fluidos.

## Material

- Animações `bernoulli_anim.gif` e `stokes_anim.gif`, disponíveis no portal Faraday, <http://www.fc.up.pt/faraday>.

## Procedimento

Visualizar atentamente as duas animações referidas acima. Notar que as cores de fundo representam valores de pressão (vermelho máximo, violeta mínimo, fig. 11).

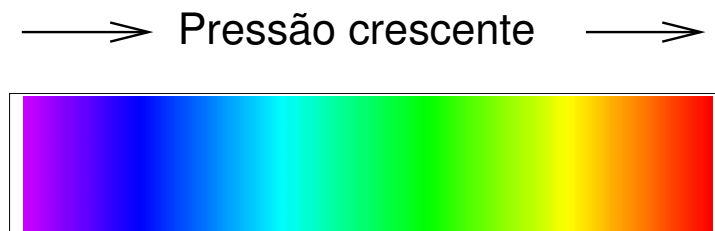


Figura 11: Escala de cores para a pressão (a cores *online*).

## **Bernoulli\_anim.gif**

Nesta animação mostra-se um escoamento de um fluido incompressível através de um estreitamento. Não se considerou o efeito da viscosidade e por isso o fluido escoar-se sem dificuldade junto das paredes do tubo. O rectângulo cinzento representa uma porção de fluido em movimento (um cilindro), desde que entra do lado esquerdo, até sair à direita. Como fluido é incompressível, o seu volume é constante.

1. Que característica do tubo determina a razão entre o comprimento do cilindro à entrada e à saída?
2. A parte da frente (anterior) e a de trás (posterior) do cilindro deslocam-se sempre à mesma velocidade? Em que parte do tubo têm velocidades diferentes?
3. Em que parte do tubo é que o fluido é acelerado?
4. Como varia a pressão do fluido nessa região? Aumenta ou diminui em direcção à zona mais estreita?
5. Que forças que aceleram o fluido?
6. A energia cinética do cilindro de fluido varia ao atravessar o tubo? Aumenta ou diminui?

## **Stokes\_anim.gif**

Nesta animação representa-se o movimento de várias partículas de fluido no caso de um escoamento de um fluido viscoso à volta de uma esfera fixa. Como o escoamento é estacionário, as linhas de corrente não variam no tempo e coincidem com as trajectórias das partículas.

7. A velocidade do fluido depende da distância à esfera? Onde é mais rápido o movimento, perto ou longe da esfera?

8. Qual parece ser a velocidade na superfície da esfera?
9. Quando as linhas de corrente se aproximam as partículas aceleram; quando se afastam as partículas abrandam. Isto já foi observado no escoamento de Bernoulli. Que característica do fluido implica este comportamento?
10. As partículas que se movem em linhas de corrente mais próximas do centro da esfera abrandam significativamente ao aproximar-se da mesma. Estão a deslocar-se para uma região de pressão mais baixa ou mais elevada daquela de onde vêm?
11. A pressão dos dois lados da esfera será igual? Haverá uma força exercida pelo líquido na esfera? Em que sentido?

Note-se que as partículas mais lentas da simulação, depois de passar a esfera, aceleram em direcção a uma região de pressão crescente! O que se passa é que a aceleração não é devida a forças de pressão, mas sim a forças de viscosidade. As camadas de fluido mais rápidas, mais exteriores, arrastam as mais lentas com forças de viscosidade, semelhantes a forças de atrito.

12. A distribuição de pressão neste escoamento está de acordo com o teorema de Bernoulli? À frente da esfera as linhas de corrente aproximam-se. Segundo o teorema de Bernoulli o que deveria acontecer à pressão?





Actividade A40	<b>Ilustrações do teorema de Bernoulli</b>		
<i>Descrição</i>	Reúnem-se três ilustrações simples do teorema de Bernoulli.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/10/2005

## Objectivo

Reunir algumas demonstrações muito simples da relação entre pressão e velocidade de um escoamento expressa no teorema de Bernoulli.

## Material

- Palhinhas de refresco;
- duas latas de refrigerante ou duas garrafas de água vazias;
- um copo de água;
- um secador de cabelo, com funil adaptado na ponta.
- um bola de ténis de mesa.

### Copo com palhinha.

Mergulhar uma palhinha de refresco, que permita ver o nível de água no seu interior, ou um tubo transparente, num copo com água.

Ligar o secador e estabelecer uma corrente de ar na extremidade superior da palhinha, tendo o cuidado de não injectar ar para dentro dela (soprar o ar ligeiramente de baixo para cima é uma maneira segura de o conseguir). Mesmo sem secador é possível fazer esta demonstração soprando com força por cima da palhinha.

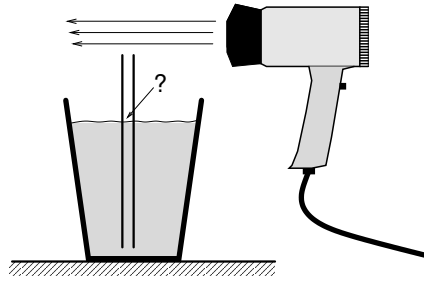


Figura 12: O que acontece à água dentro da palhinha?

1. O que deve acontecer à água no interior da palhinha de acordo com o teorema de Bernoulli?

## Latas

Pousar algumas palhinhas paralelamente sobre uma mesa e colocar sobre elas as duas latas, lado a lado, de pé. As latas devem poder deslizar facilmente fazendo rolar as palhinhas.

Soprar ar com o secador, numa direcção paralela às palhinhas, **entre as duas latas**.

2. As latas afastam-se ou aproximam-se?

## Alternativa

A demonstração pode ser feita, sem palhinhas, deitando as latas, lado a lado, sobre uma mesa, a cerca de 10 ~ 15 cm uma da outra, com os eixos paralelos. O secador é colocado de modo a estabelecer um fluxo de ar paralelamente ao eixo das latas, no espaço entre elas. Observar o que acontece às latas quando o secador é ligado. A demonstração também pode ser feita com garrafas de água vazias (de plástico).

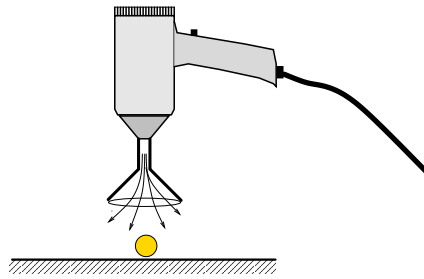


Figura 13: Demonstração do funil e bola.

## Funil e a bola

Adaptando um funil invertido à saída de um secador, é possível realizar esta demonstração surpreendente. Com o secador ligado, a soprar, baixá-lo rapidamente sobre uma bola de ping-pong pousada numa mesa de modo a apanhar a bola dentro do funil. Levantando com cuidado, verifica-se que a bola fica presa no funil, na zona mais estreita, **apesar de o secador soprar ar na direcção descendente!**

Este comportamento surpreendente pode ser entendido em termos do teorema de Bernoulli, se tivermos em atenção que a bola fica na zona onde o funil começa a abrir. Por isso, existe um canal muito estreito entre a bola e a parede do funil onde a velocidade do ar terá que ser elevada (ver fig. 14); certamente mais elevada que na zona mais larga do funil onde as linhas de corrente se afastam. Pelo teorema de Bernoulli, a pressão deve ser mais baixa aí. Ou seja, a pressão por baixo da bola é superior à pressão em cima: a resultante das forças de pressão empurra a bola para cima e mantém-na suspensa.

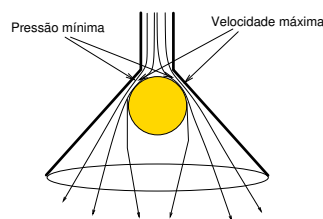


Figura 14: Onde é que a pressão é menor?



Actividade A41	<b>Força de Stokes e viscosidade de um líquido</b>		
<i>Descrição</i>	Estuda-se a queda de uma esfera num líquido no regime de Stokes	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/10/2005

## Objectivo

Medir a velocidade terminal de uma esfera em glicerina e determinar a respectiva viscosidade dinâmica.

## Material

- esferas de aço de diâmetros entre 2 mm e 6 mm;
- proveta de capacidade, 1 dm<sup>3</sup>;
- Glicerina ou detergente da louça;
- fita métrica;
- balança;
- termómetro;
- Palmer.

## Descrição

Pretende-se estudar o movimento de queda de pequenas esferas de aço num líquido de elevada viscosidade.

Se for válido o regime de Stokes, a velocidade terminal das esferas é uniforme e dada pela expressão

$$v_t = \frac{mg - I}{6\pi R\eta},$$

em que:

- $m$  é a massa da esfera;
- $I$  é a impulsão da esfera no líquido;
- $R$  é o raio da esfera;
- $\eta$  a viscosidade do líquido.

A velocidade terminal pode ser obtida medindo os tempos de queda em distâncias conhecidas.

## Procedimento

1. Planear o conjunto de medidas necessárias para obter  $m, I, R$ .
  - (a) Expressir a impulsão em termos do raio da esfera e da massa volúmica do líquido.
  - (b) De que modo podemos obter a massa volúmica do líquido?
2. Planear os procedimentos necessários para verificar que o movimento da esfera em queda no líquido é uniforme. Um gráfico de tempos de queda em função da distância que aspecto deve ter, se o movimento for uniforme?
3. Obter o valor da velocidade terminal da esfera.
4. Para esferas do mesmo material como varia a velocidade terminal com o raio?
  - (a) Se dispuser de esferas de vários raios, verificar se os resultados experimentais são compatíveis com essa relação.
5. Calcular a viscosidade do líquido.

**Questões**

6. Verificar se as velocidades obtidas na experiência satisfazem o critério de validade da lei de Stokes,

$$v \ll \frac{\eta}{\rho_f R}.$$

7. Investigar se seria possível realizar esta experiência com água.





Actividade A42	<b>Movimento harmónico simples</b>		
<i>Descrição</i>	Mede-se a força e o deslocamento sobre uma massa suspensa numa mola.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/10/2005

## Objectivo

Investigar a força exercida por uma mola numa massa suspensa. Estudar o movimento harmónico simples.

## Material

- Massas marcadas, (50 ~ 500 g);
- uma mola;
- sensor de força;
- sensor de movimento;
- interface de aquisição e software correspondente;
- computador;
- fita métrica.

Na preparação desta actividade foram usados:

- material Vernier: interface (Ref. LabPro), software LoggerPro 3, sensor de movimento (Ref. MD-BTD) e sensor de força (Ref. DFS-BTA).

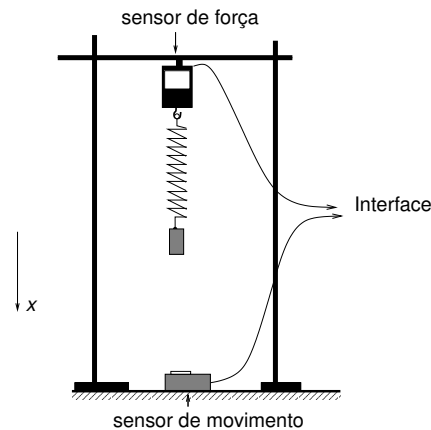


Figura 15: Montagem que permite medir, simultaneamente, a força e o deslocamento da massa suspensa.

## Descrição

Na primeira parte desta experiência pretende-se uma caracterização estática da força exercida pela mola em função da sua deformação. Para isso, suspendem-se massas marcadas na mola e usa-se o facto de na posição de equilíbrio o valor da força exercida pela mola ser igual ao peso suspenso.

Na segunda parte suspende-se a mola no gancho do sensor de força para medir a força que esta exerce no ponto de suspensão e coloca-se o sensor de movimento por baixo da massa suspensa (a pelo menos 40 cm de distância mínima). Deste modo, é possível medir, simultaneamente, a força e o deslocamento da massa marcada.

## Lei de Hooke

1. Investigar a dependência da força da mola no respectivo comprimento,  $l$ , suspendendo massas marcadas de diferentes valores.

- (a) Verificar se os resultados são compatíveis com a Lei de Hooke,

$$F_x = -kx,$$

em que  $x = l - l_0$  é a variação de comprimento da mola, relativamente ao valor sem carga e  $F_x$  o valor da componente da força na direcção  $Ox$  (ver figura 15).

- (b) Determinar o valor de  $k$  para a mola usada na experiência.
- (c) Cargas excessivas podem causar deformações permanentes numa mola. De que modo podem organizadas as medições para verificar que não foram introduzidas na mola deformações permanentes?

## Movimento harmónico

2. Usando a montagem da figura 15, configurar o LoggerPro para representar, em função do tempo, o deslocamento da massa, da força registada no sensor, e, ainda, o valor da força em função do deslocamento. Notar que o sensor de movimento pode ser configurado para indicar o deslocamento relativamente a uma posição de referência, como por exemplo, a configuração de equilíbrio (ver [1]).
3. Começar por desenhar, esquematicamente, o que se espera observar em cada um dos gráficos. Tentar, em particular, responder às perguntas:
  - (a) Que relação devem existir entre os máximos, mínimos e zeros da força e deslocamento?
  - (b) Quando a massa aumentar, deve esperar-se um aumento ou uma diminuição do período de oscilação?
4. Registar o movimento de diferentes massas, com diferentes amplitudes. Confrontar as observações com as expectativas anteriores. Registar os valores do período de oscilação e das massas respectivas.
5. Substituir o gráfico de força *versus* deslocamento por um de velocidade *versus* tempo.
  - (a) Que relação é de esperar entre os máximos, mínimos e zeros do deslocamento e da velocidade?

**Questões**

6. Para a mesma massa o período depende da amplitude?
7. Qual é o efeito da variação da massa no período da oscilação? Verificar graficamente se os dados são compatíveis com a relação  $T^2 \propto m$ .
8. O sensor mede a força exercida na extremidade da mola oposta aquela onde está suspensa a massa marcada. Em que medida é uma boa aproximação da força exercida na massa? Que condição se deve verificar para que as forças nas duas extremidades da mola sejam quase iguais?

Actividade A43	<b>O que é uma equação de movimento?</b>		
<i>Descrição</i>	Introdução à resolução numérica equações de movimento.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto Faraday	<i>Data</i>	15/10/2005

## Objectivo

Introduzir o método de resolução numérica de equações de movimento, como processo de completar o programa Newtoniano. É usado o método de Euler e a equação de oscilador harmónico.

## Material

- Calculadora gráfica;

## Equações de Movimento

O resultado da aplicação das leis de Newton a qualquer sistema traduz-se num conjunto de **equações de movimento**, que relacionam as acelerações num dado instante com as posições e velocidades no mesmo instante.

Um exemplo é a equação do oscilador harmónico, que se aplica, entre outras situações, ao deslocamento de uma massa suspensa numa mola:

$$a_y(t) = -\frac{k}{m}y(t)$$

Por vezes é possível determinar exactamente as funções  $y(t)$  (e  $v_y(t)$ ) que satisfazem as equações de movimento: neste caso, descobrir qual é a função que, derivada duas vezes, dá a mesma função multiplicada por uma constante negativa,  $-k/m$ . A maior parte das vezes, contudo, temos que usar métodos

aproximados para determinar os movimentos. Estes métodos são usados para calcular movimentos de sondas, colisões de galáxias, comportamento aerodinâmico de aviões, para fazer previsões meteorológicas, etc. Exigem um grande número de operações aritméticas (pode chegar a dezenas, centenas de milhões ou até mais), pelo que são sempre concretizados em computadores.

## O método de Euler

Recordemos as definições de velocidade e aceleração:

$$v_y(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t_0 + \Delta t) - y(t_0)}{\Delta t}$$

$$a_y(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_y(t_0 + \Delta t) - v_y(t_0)}{\Delta t}.$$

Se usarmos um intervalo de tempo suficientemente pequeno, podemos escrever:

$$v_y(t_0) \approx \frac{y(t_0 + \Delta t) - y(t_0)}{\Delta t}$$

$$a_y(t_0) \approx \frac{v_y(t_0 + \Delta t) - v_y(t_0)}{\Delta t}$$

Resolvendo estas equações em relação  $y(t_0 + \Delta t)$  e  $v_y(t_0 + \Delta t)$ ,

$$y(t_0 + \Delta t) \approx y(t_0) + v_y(t_0)\Delta t$$

$$v_y(t_0 + \Delta t) \approx v_y(t_0) + a_y(t_0)\Delta t.$$

Estas equações mostram que, se soubermos a posição e a velocidade num dado instante  $t_0$ ,  $y(t_0)$  e  $v_y(t_0)$ , podemos calcular os respectivos valores um pouco mais tarde em  $t_0 + \Delta t$  (ou mais cedo, se  $\Delta t < 0$ ).

Não será preciso conhecer também o valor de  $a_y(t_0)$ ?

Essa é, precisamente, a informação contida na equação de movimento. Assim, para a massa suspensa na mola,

$$a_y(t) = -\frac{k}{m}y(t),$$

e, então,

$$\begin{aligned} y(t_0 + \Delta t) &\approx y(t_0) + v_y(t_0)\Delta t \\ v_y(t_0 + \Delta t) &\approx v_y(t_0) - \left(\frac{k}{m}y(t_0)\right)\Delta t. \end{aligned} \quad (5)$$

Estas equações completam o programa Newtoniano. Permitem-nos fazer a transformação,

$$\begin{aligned} y(t_0) &\Rightarrow y(t_0 + \Delta t) \\ v_y(t_0) &\Rightarrow v_y(t_0 + \Delta t); \end{aligned}$$

Podemos repetir (iterar) esta transformação introduzindo os novos valores,  $y(t_0 + \Delta t)$ ,  $v_y(t_0 + \Delta t)$ , no segundo membro das equações 5 para calcular  $y(t_0 + 2\Delta t)$ ,  $v_y(t_0 + 2\Delta t)$  e assim sucessivamente. Geramos, deste modo, uma tabela de posições e velocidades para diferentes instantes,  $t_0$ ,  $t_0 + \Delta t$ ,  $t_0 + 2\Delta t, \dots$

**Exemplo:** se usarmos  $k/m = 2,0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $v_y(0) = 0,2$ ,  $\Delta t = 0,1$  obtemos:

$$\begin{aligned} y(\Delta t) &\approx 1 + 0,2 \times \Delta t = 1,02 \\ v_y(\Delta t) &\approx 0,2 - (2 \times 1) \Delta t = 0,0. \end{aligned}$$

## Equação do oscilador harmónico simples

Considerar uma massa suspensa numa mola com um valor inicial de  $y(0) = 10 \text{ cm}$ , e  $v_y(0) = 0$ . Tomemos  $k/m = 1 \text{ s}^{-2}$ .

1. Usando as equações 5, com  $t_0 = 0$ , construir a tabelas de valores de posição e velocidade para valores de  $\Delta t = 0,4 \text{ s}$  e  $\Delta t = 0,2 \text{ s}$ .
2. Representar graficamente os valores de posição de velocidade em função do tempo no intervalo  $t \in [0, 2]$  para os dois valores de  $\Delta t$ .

$t$	$y/m$	$v_y$	$a_y$
0	0,1	0	-0,1
$\Delta t$			
$2\Delta t$			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Tabela 2: Tabela de posições e velocidades a construir usando o método de Euler.

3. Estimar o período do movimento para os dois valores de  $\Delta t$  e comparar com o valor exacto,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

## Programa EULER

A construção da tabela acima referida fica muito simplificada com o seguinte programa, que pode ser introduzido numa calculadora gráfica TI. As técnicas básicas de edição e execução de programas são apresentadas na secção seguinte.

Código	Comentários
PROGRAM: EULER	
:1→K	(valor de $k/m$ na variável K)
:.2→D	(valor de $\Delta t$ na variável D)
:Prompt X	(pedir o valor inicial de posição)
:Prompt V	(pedir o valor inicial de velocidade)
:X+V*D→Y	(novo valor de posição na variável Y)
:V-K*X*D→U	(novo valor de velocidade na variável U)
:Disp "X", Y	(escrever nova posição)
:Disp "V", U	(escrever nova velocidade)
:Stop	(fim do programa)



Se correremos este programa, ele pede os valores iniciais de posição e velocidade e escreve os valores resultantes de uma iteração das equações de Euler (eqs. 5). Para continuar, basta premir ; o programa reinicia; quando pedir os valores de  $X$  e  $V$  introduzir os valores obtidos na iteração anterior.

## Introdução de Programas na TI

As calculadoras gráficas TI 83 e 84 são máquinas programáveis, na qual é possível tornar mais expeditas tarefas muito repetitivas. A programação implica premir um número razoável de teclas, mas a mecânica da criação, alteração e execução de programas é relativamente simples.

### Aceder ao menu de programas.

Premir	Resultado
<input type="text" value="PRGM"/>	EXEC EDIT NEW 1: <i>prog1</i> 2: <i>prog2</i> ⋮

*prog1*, *prog2*, ... são os nomes dos programas que já existem na máquina. A tecla  (botão de navegação no canto superior direito da máquina) permite navegar no menu da primeira linha e  permite seleccionar o programa pretendido.

Deste ecrán, para executar um programa, premir:

até chegar ao programa desejado;

.

Para editar um programa premir:

até chegar ao programa desejado

Para criar um novo programa:

Premir	Resultado
<input type="button" value="▶"/> <input type="button" value="▶"/> <input type="button" value="ENTER"/>	PROGRAM Name=

É necessário dar um nome ao programa, introduzindo os caracteres marcados a verde por cima de cada tecla. Para introduzir o nome PROG, por exemplo, premir:

O sistema fica pronto para a escrita do novo programa.

### Introdução de caracteres

Para introduzir caracteres marcados a verde (letras), preceder a tecla correspondente pela tecla ; o cursor muda para um A a piscar:

, insere X;

insere V;

A tecla  introduz o caractere →;

Para apagar um caractere, premir ; Premindo  e  deslocamos o cursor para a direita e esquerda, respectivamente.

Para limpar uma linha, premir .

Para finalizar a introdução de uma linha de programação, premir .

Para sair do ecrã de edição de um programa, premir:

.

## Comandos

Para introduzir um comando de programação no ecrán de edição de um programa, premir **PRGM**. Surge:

```
CTL I/O EXEC
1:If
2:Then
3:Else
:
```

Para seleccionar um comando, premir o respectivo número ou premir **▽** até chegar ao comando desejado e premir **ENTER**; o comando desejado é inserido no programa que se estava a editar.

Para aceder à lista de comandos de entrada e saída de dados, começar por premir **▷** para deslocar o cursor para I/O, no menú da primeira linha:

```
CTL I/O EXEC
1:Input
2:Prompt
3:Disp
:
```

Para seleccionar um comando, premir o respectivo número ou premir **▽** até chegar ao comando desejado e premir **ENTER**.



<b>Actividade A44</b>	<b>Momento linear em colisões</b>		
<i>Descrição</i>	Estudo de conservação de momento linear em colisões entre carros em calha de alumínio.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	30/12/2005

## Objectivo

Estudo de algumas colisões entre carros em calha de alumínio, no contexto da conservação de momento linear. Exploração do conceito de centro de massa.

## Material

- Dois carros de colisão com magnetos e fixadores de velcro;
- uma calha de alumínio (1,2 m);
- computador com folha de cálculo;
- dois sensores de movimento e interface respectiva;
- software de aquisição.

Nas experiências realizadas no Projecto FARADAY foi usado material PASCO:

- 2 PAScar e calha de alumínio (Ref. ME-9429A);
- 2 sensores de movimento PASport (ref. PS-2103);
- 2 USB-link (ref. PS-2100);
- software DATAstudio, (ref. CI-6870C)

## Procedimento

Esta experiência é uma pequena modificação da actividade A7 realizada no 10º ano. Aí a ênfase foi na energia, agora consideramos também o momento linear e variamos a massa dos carros.

A montagem está esquematizada na Fig. 16.

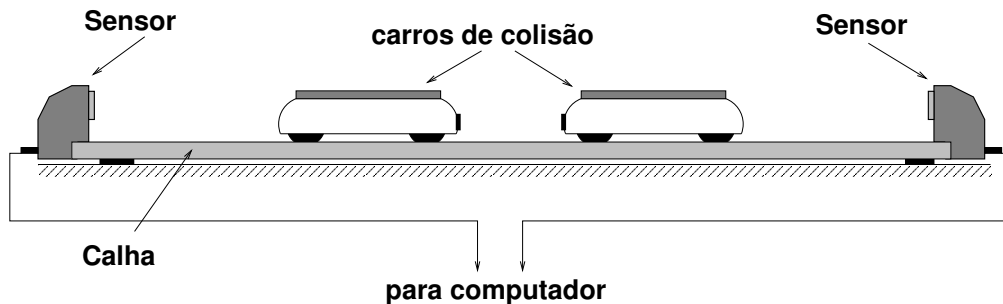


Figura 16: Montagem para estudo de colisões.

Recordam-se os seguintes cuidados, relativamente ao uso das calhas:

- A calha deve estar pousada numa mesa estável e deve ser nivelada para garantir a horizontalidade.
- Os sensores devem ser fixados aos extremos da calha e ligados à interface ou ao computador, conforme instruções do fabricante. A maior parte dos programas de aquisição deverá detectar os sensores ao arrancar.
- Os sensores funcionam por emissão de impulsos de ultra-som e determinação do tempo de atraso do eco. O software de aquisição permite apresentar, na forma gráfica, a distância ao sensor, a velocidade e aceleração do objecto que origina o eco. Nas experiências aqui discutidas só é necessária a representação da velocidade.
- Em geral, é possível especificar o número de medições por unidade de tempo. Para esta experiências convém usar uma taxa de, pelo menos, 20 medições por segundo.

- Quando a montagem estiver pronta, convém iniciar a aquisição (clicando com o rato em botão apropriado) e testar o sistema movimentando os dois carros. As indicações dos sensores podem ser falseadas por ecos de outros objectos que não os carros (a mão do experimentador, por exemplo).
- Os carros dispõem de magnetos montados numa extremidade de modo a repelirem-se – colisão com magnetos; na outra extremidade têm adesivos de velcro que fazem com que os carros fiquem juntos após uma colisão – colisão com velcro.

## Experiências sugeridas

Sugere-se a seguir 2 tipos de colisão a estudar. Em cada experiência os dados a adquirir são os da velocidade de cada um dos carros.

Cada carro tem uma massa de  $m = 250$  g. Os carros são fornecidos com duas massas metálicas de 250 g (lastros) que permitem duplicar e triplicar a massa de um dos carros.

- A. Com um dos carros parado no meio da calha lançar o outro de modo a colidirem sem se tocarem (colisão com magnetos);
- B. Repetir a experiência anterior com os velcros.

Estas experiências devem ser feitas com os carros sem os lastros (massas iguais), com um e com os dois lastros, quer no carro inicialmente parado, quer no que está em movimento.

## Análise

A partir dos dados registados de cada experiência é possível produzir gráficos temporais das seguintes grandezas:

A. a velocidade do centro de massa:

$$\vec{v}_{\text{cm}} = \frac{1}{M} (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2);$$

B. a energia cinética total:

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2;$$

C. a energia cinética de movimento relativo ao centro de massa:

$$E'_c = E_c - \frac{1}{2} M v_{\text{cm}}^2.$$

Estes gráficos podem ser feitos directamente no programa de aquisição usando a possibilidade de introdução de variáveis calculadas com base nos dados experimentais (ver [1]). Fazer estes gráficos, para as diferentes colisões, e comentar os resultados obtidos, classificando os diferentes tipos de colisão em termos de conservação de energia cinética.

## Questões

1. No caso das colisões quase-elásticas, o que determina o sentido da velocidade pós-colisão do carro que embate no carro que está parado?
2. A velocidade do centro de massa é a mesma antes e depois de cada colisão? E durante a colisão?
3. A energia cinética é (quase) a mesma antes e depois de uma colisão quase-elástica. O seu valor é constante **durante a colisão?**
4. Qual é o valor mínimo da energia cinética de movimento relativo durante a colisão? Porquê? Se a colisão fosse a duas dimensões, seria de esperar o mesmo?
5. Tentar intuir quais serão os valores finais das velocidades dos carros, no limite em uma das massas é muito maior que a outra.



- (a) Escrever as equações de conservação de energia e momento linear, resolvê-las e confrontar com o que era esperado.

Nota: As equações podem reduzir-se a

$$\begin{aligned}v_0 &= v_1 + \alpha v_2 \\v_0^2 &= v_1^2 + \alpha v_2^2\end{aligned}$$

em que  $\alpha = m_2/m_1$ . Resolvem-se, em ordem a  $v_1$  e  $v_2$ , sem grandes problemas, quadrando a primeira equação. O limite  $\alpha \gg 1$  corresponde a ter o carro de maior massa inicialmente parado e  $\alpha \ll 1$  a situação inversa.



<b>Actividade A45</b>	<b>Electrostática em casa</b>		
<i>Descrição</i>	Sugerem-se algumas demonstrações de electrostática que podem ser feitas em casa com materiais comuns.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	31/01/2006

## Objectivo

Realizar algumas demonstrações de electrostática usando materiais comuns existentes em todas as habitações.

## Material

- Papel;
- fita-cola em suporte plástico;
- película aderente;
- sacos de plástico.
- uma placa de poliestireno (usadas na embalagem de carnes em supermercados).

## Procedimento

- Cortar uma pequena tira de papel de uma folha (0,5 ~ 1 cm de largura e cerca de 20 cm de comprimento) e pendurá-la por uma ponta na borda de uma mesa ou prateleira, de modo a que fique quase toda suspensa no ar. Forças de atracção ou repulsão são facilmente evidenciadas pelo deslocamento da tira.

- Aproximar o rolo de fita-cola da tira de papel (segurando pelo suporte) e verificar se existe atracção ou repulsão entre os dois corpos. Pode existir uma ligeira atracção.
- Retirar, rapidamente, uma tira de cerca de 15 cm do rolo, e aproximá-lo de novo do papel. Verificar-se-á um aumento significativo da atracção, visível no deslocamento do papel! Atenção: é importante manipular o rolo sempre pelo suporte, sem lhe tocar com as mãos.
- Retirar, rapidamente, nova tira de cerca de 15 cm do rolo e pendurá-la também por uma ponta na borda de uma mesa ou prateleira. Cortar outra tira e aproximá-la da primeira, mantendo-a cruzada de modo a manter as mãos afastadas da tira suspensa. As duas tiras repelem-se. Por sua vez atraem a fita de papel;
- Aproximar o rolo da tiras de fita-cola; deve verificar-se uma atracção apreciável.

A película aderente está por natureza electrificada.

- Cortar uma folha de cerca de 20 cm de comprimento e dobrá-la pelo meio sobre uma régua. Verificar-se que as duas metades da folha se mantêm afastadas.

Se encostarmos a extremidade de uma folha de película aderente ao bordo de uma prateleira ela adere e fica suspensa no ar. É fácil verificar:

- As nossas mão atraem a película;
- Um saco de plástico dos que são usados nos supermercados para embalar a fruta, se friccionado num camisola de lã, repele a película aderente;
- As tiras de fita-cola atraem a película;
- O rolo de fita-cola, repele a película (cuidado! Este efeito pode ser mascarado pela atracção das mãos).
- A placa de poliestireno, friccionada em lã, repele a película aderente.

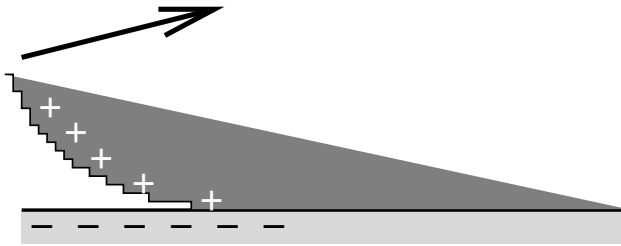


Figura 17: Efeito tribo-elétrico: quando separamos dois corpos, as cargas, em geral, não se dividem igualmente entre eles.

## Descrição

Quando separamos dois corpos que estiveram em contacto, é frequente que a carga eléctrica que estava na superfície não se distribua igualmente pelos dois: um fica carregado negativamente e o outro positivamente.

Na superfície de contacto formam-se ligações químicas que envolvem a partilha de electrões. Ao separar as superfícies, essas ligações quebram-se mas os electrões não ficam partilhados igualmente; certos átomos terão maior tendência a ficar com os electrões do que outros. Por exemplo, uma vara de vidro friccionada em lã ficará em geral com excesso de electrões; a lã ficará com excesso de cargas positivas. A fricção não é estritamente necessária; mas repete o contacto-separação das superfícies aumentando o desequilíbrio de cargas. Este efeito também é conhecido por **efeito tribo-elétrico**. No caso da fita-cola as duas superfícies em contacto são o polietileno da fita e o adesivo que reveste a face interior da mesma; este fica com uma carga de sinal oposto à que fica no rolo. Por isso duas tiras repelem-se e são atraídas pelo rolo. Repare-se que nenhuma carga é criada.

Em princípio, todas as substâncias podem ficar electrizadas por contacto. O efeito tribo-elétrico é um fenómeno muito complexo e não está totalmente compreendido. Mas sabe-se que algumas substâncias ficam quase sempre com carga positiva, outras quase sempre com carga negativa. Existem seriações de substâncias, séries tribo-elétricas, desde as que têm maior tendência para adquirir carga negativa: borracha de silicone, teflon, até às que têm maior tendência para ficar positivas, pele humana seca. Quanto mais afastadas na série

<i>Série tribo-eléctrica</i>	<i>Carga</i>
Pele humana seca	+
Couro	+
Lã	+
Seda	+
Papel	$\approx 0$
Algodão	$= 0$
Madeira	$\approx 0$
Âmbar	-
Poliestireno estendido	-
Polietileno (fita-cola)	-
PVC (película aderente)	-
Borracha de silicone	

Tabela 3: Série tribo-eléctrica. Na separação de pares de substâncias próximas na série a carga pode ficar distribuída de maneira diferente da indicada.

mais eficaz é, em geral, o efeito de electrificação. Para substâncias próximas, pode até acontecer que a carga adquirida seja a oposta da prevista na série.

## Questões

1. Face aos dados da tabela 3, que carga devem ter as tiras de fita-cola arrancadas do rolo, positiva ou negativa?
2. Que carga deve ter o rolo, depois de retirada uma tira?
3. Como explicar que, quer o rolo, quer as tiras de fita-cola, atraiam o papel?
4. A interacção observada entre a placa de poliestireno e a película aderente é que se espera da tabela 3?

<b>Actividade A46</b>	<b>A experiência de Millikan</b>		
<i>Descrição</i>	Simulação do método de análise da experiência de Millikan	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	31/01/2006

## Objectivo

Ilustrar o modo como Millikan descobriu a quantificação de carga, usando uma simulação que consiste em determinar a massa de uma moeda, medindo massas de caixas com um número desconhecido de moedas.

## Material

- Vinte caixas de fósforos (ou semelhantes);
- um número elevado de moedas de cêntimo;
- uma balança.

## Um quebra cabeças

Dispomos de 20 caixas opacas que contêm números variáveis de objectos idênticos. Não sabemos quantos objectos tem cada caixa, nem qual é a massa de cada um. Como determinar a massa de cada objecto, usando apenas pesagens das caixas, sem as abrir?

Esta problema é semelhante ao que Millikan teve que resolver para determinar a carga do electrão.

Por um método descrito no final desta ficha Millikan conseguia determinar a carga de gotas de óleo em suspensão no ar. Contudo, não sabia qual era o número de electrões a mais ou a menos em cada gota. Como conseguiu então determinar a carga de um electrão?

## Procedimento

- Preparar as caixas, colocando um número indeterminado de moedas de cêntimo em cada uma.
- Determinar e registar a massa de cada caixa.
- Encontrar e executar um método que, com base apenas nas massas das caixas, permita determinar a massa de cada moeda de cêntimo.

## A experiência de Millikan

Robert Millikan, em 1911, publicou os resultados de uma experiência em que demonstrou que as cargas de gotas de óleo em suspensão no ar eram múltiplos inteiros de uma carga elementar. Para medir a carga das gotas, Millikan usou o seguinte procedimento.

Um vaporizador formava uma nuvem de gotas de óleo que caíam por um orifício para o interior de condensador plano. Millikan iluminava as gotas e seguia o seu movimento usando uma luneta com uma escala graduada. Desse modo conseguia medir a respectiva velocidade de movimento vertical.

Devido à viscosidade do ar,  $\eta$ , as gotas subiam com velocidade uniforme dada pela equação:

$$qE - mg + I - 6\pi\eta r v_1 = 0,$$

em que:

- $q$  é a carga da gota;
- $E = V/d$  é a intensidade do campo eléctrico;  $V$  é a diferença de potencial aplicada ao condensador e  $d$  a distância entre as placas;
- $\eta$  é viscosidade do ar;
- $r$  é o raio de cada gota;
- $m = 4\pi r^3 \rho_{\text{oleo}}$  é a massa de cada gota;



- $I$  é a impulsão do ar,  $I = 4\pi r^3 \rho_{\text{ar}} g$ ;

Com esta equação, obtém-se

$$q = \frac{(4\pi/3)(\rho_{\text{oleo}} - \rho_{\text{ar}})gr^3 + 6\pi\eta rv_1}{V/d}$$

Millikan conhecia os valores de  $V, d, \eta, \rho_{\text{oleo}}$  e  $\rho_{\text{ar}}$  e podia medir  $v_1$ ; mas não conhecia os valores dos raios das gotas que via como “estrelas brilhantes” com a luneta. Contudo, podia desligar o campo e medir a velocidade de queda livre das gotas, dada por

$$mg - I = 6\pi\eta rv_2,$$

o que permite obter  $r$ :

$$r = \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\eta v_2}{(\rho_{\text{oleo}} - \rho_{\text{ar}}) g}}.$$

Deste modo, medindo as velocidades da mesma gota com e sem campo eléctrico aplicado,  $v_1$  e  $v_2$ , Millikan determinava a respectiva carga. Uma das gotas foi seguida durante mais de quatro horas, alternando entre campo ligado e campo desligado. Tendo medido várias gotas, Millikan obteve um conjunto de valores de  $q$ . Para obter a carga do electrão Millikan teve que resolver um problema semelhante ao das caixas.



<b>Actividade A47</b>	<b>Estudo do Condensador plano</b>		
<i>Descrição</i>	Medição de capacidades de condensadores planos de área e distância entre placas variáveis.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	26/01/2006

## Objectivo

O estudo do condensador plano: determinação da dependência da capacidade na área e distância entre placas.

## Material

- Capacímetro;
- Placas de alumínio com dimensões  $\sim 15 \times 20 \text{ cm}^2$ ;
- folhas de transparência (usadas com retroprojectores);
- fios e bananas de ligação eléctrica.

## Procedimento

Conforme se pode ver na figura 18, a montagem é efectuada colocando folhas de acetato entre duas placas de alumínio sobrepostas. Cada placa é ligada a um dos terminais do capacímetro. O condensador é formado pela parte sobreposta das placas de alumínio; o espaço entre elas é preenchido com transparências.

As placas são colocadas sobre um espaçador com as extremidades salientes, de forma a evitar que os fios de ligação as deformem.

Para assegurar um bom contacto entre as placas deve-se colocar um peso sobre a placa superior.

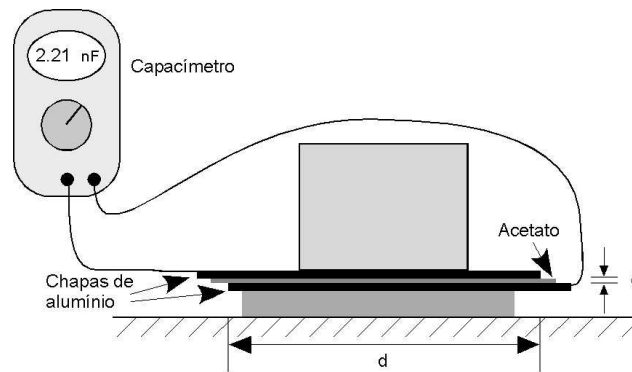


Figura 18: Esquema da montagem experimental.

## Determinação da capacidade em função da área das placas

Para variar a área do condensador desloca-se uma das placas sobre a outra. Linhas paralelas a distâncias regulares marcadas numa das placas facilitam a determinação da área de sobreposição.

Para cada posição regista-se o valor da capacidade, lido no capacímetro, e a área de sobreposição das placas.

## Determinação da capacidade em função da espessura do dielétrico

Para variar a espessura de dielétrico, mantendo fixa a área das placas, varia-se o número de folhas de transparência entre as placas de alumínio. A espessura de cada folha pode ser medida medindo um maço de várias dezenas de folhas (em geral é especificada na caixa de transparências).

Em cada situação regista-se o valor da capacidade, lido no capacímetro, e o número de folhas de transparência.

Para minimizar os erros associados a pequenas irregularidades das placas deve-se utilizar um mínimo de quatro folhas de transparência.

## Questões

1. Representar graficamente a capacidade  $C$  em função da área  $A$  e da distância  $d$  entre placas.
2. A teoria do condensador plano prevê a seguinte expressão para a capacidade

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}.$$

em que  $\varepsilon$  é a permitividade eléctrica do material entre as placas. Discutir os resultados experimentais em confronto com esta previsão. Que gráfico pode revelar a proporcionalidade entre  $C$  e  $1/d$ ?

3. Nas aulas viu-se que o campo eléctrico entre as placas do condensador era de

$$E = \frac{V}{d}$$

em que  $V$  é a diferença de potencial entre as placas. Usando a expressão acima referida para  $C$  qual é a expressão do campo eléctrico num condensador plano?

4. Supondo que temos um condensador com o valor máximo de capacidade encontrado nesta experiência e com uma diferença de potencial entre as placas de 1 V, que carga tem cada placa? A quantas unidades elementares de carga corresponde?
5. Que unidades tem uma capacidade  $C$  a dividir pela permitividade eléctrica do vazio  $C/\varepsilon_0$ ?



<b>Actividade A48</b>	<b>Estudo da Descarga de Condensadores</b>		
<i>Descrição</i>	Estudo da descarga de condensadores através de uma resistência.	<i>Versão</i>	1.0 .
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	26/01/2006

## Objectivo

O estudo da descarga de um condensador através de uma resistência.

## Material

- Multímetro;
- fonte de alimentação ou pilha 4,5 V;
- cronómetro ou relógio com indicação de segundos;
- condensadores com capacidades de alguns microfarads;
- resistências;
- fios de ligação.

## Procedimento

O circuito representado na figura 19 permite carregar o condensador até uma diferença de potencial igual à da fonte de tensão e depois descarregá-lo sobre a resistência de  $10\text{M}\Omega$ .

1. Por que razão se coloca uma resistência de protecção? Ligar directamente um condensador descarregado ( $V = 0$ ) aos terminais de uma fonte de tensão é equivalente, durante um tempo curto, a fazer um curto-circuito da fonte (ligar os seus terminais por um fio com uma resistência muito baixa). Porquê?

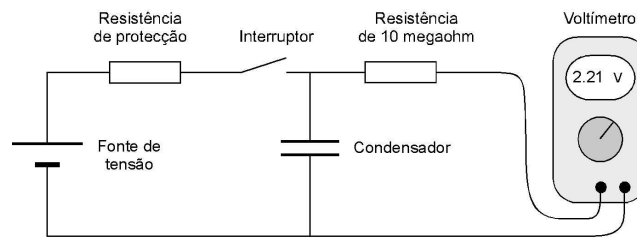


Figura 19: Esquema da montagem experimental.

Montar o circuito indicado na figura 19 tendo em consideração os pontos seguintes:

- O valor da resistência de protecção deverá situar-se entre  $100\ \Omega$  e alguns  $k\Omega$ .
- O interruptor pode ser substituído, com vantagem, por um contacto que é quebrado no momento do início da contagem de tempo.
- A resistência de  $10\ M\Omega$  só será necessária se o voltímetro tiver uma resistência de entrada inferior a  $10\ M\Omega$  (muitos voltímetros digitais têm uma resistência de entrada de apenas  $1\ M\Omega$ ). Se assim for a diferença de potencial (d.d.p) lida no voltímetro deixa de ser igual à do condensador

## 2. Porquê?

- Escolher a escala adequada do voltímetro tendo em consideração a ddp nos terminais da fonte de alimentação e a existência, ou não, da resistência de  $10\ M\Omega$ .
- Carregar o condensador, através do fecho do interruptor, até que a d.d.p. lida no voltímetro estabilize. Registrar este valor, que será o valor de  $V(t)$  para  $t = 0$ , o instante em que é aberto o interruptor.
- Começar a contagem do tempo e simultaneamente abrir o interruptor.



- Registrar o valor da d.d.p. e respectivo tempo a intervalos regulares (cada 5 ou cada 10 segundos).
- Repetir o procedimento completo para outro condensador.
- Traçar os gráficos da d.d.p. em função do tempo.

## Questões

A resistência de descarga do condensador ( $R_c$ ) é dada pela resistência interna do voltímetro, mais  $10\text{ M}\Omega$  se for utilizada esta resistência. O produto desta resistência pela capacidade do condensador ( $R_c C$ ) tem unidades de tempo.

3. Como pode ser obtido do gráfico este valor?

A equação da d.d.p. na descarga de um condensador sobre uma resistência  $R_c$  é dada pela expressão

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{R_c C}}.$$

4. Será possível uma transformação das variáveis  $t$  e  $V(t)$  cujo gráfico seja uma recta? Como se pode obter  $RC$  desse gráfico?
5. Usando a análise gráfica referida nos pontos anteriores determinar a capacidade  $C$  do condensador.
6. Discutir se seria possível realizar esta experiência com um multímetro de resistência interna  $R_i = 1\text{ M}\Omega$ , sem a resistência de  $10\text{ M}\Omega$ .

## Sugestões

A resistência de entrada do voltímetro está normalmente indicada no respectivo manual. No caso de este não estar disponível pode ser medida com um

ohmímetro (não esquecer que o voltímetro tem que estar ligado durante esta medição!).

O interruptor pode ser substituído pelo contacto feito com uma banana durante o tempo necessário para carregar o condensador. Esta forma de interromper o circuito torna-se bastante prática para permitir esta interrupção simultânea com o arranque do cronómetro.

Actividade A48B	Descarga de Condensadores		
<i>Descrição</i>	Estudo da descarga de condensadores através de uma resistência.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	26/01/2006

## Objectivo

O estudo da descarga de condensadores.

## Material

- Máquina de calcular TI;
- interface LabPro, ou CBL2, com sensor de diferença de potencial;
- fonte de alimentação de 6 V ou pilha 4,5 V;
- condensadores com capacidades de alguns microfarads;
- resistências;
- fios de ligação.

## Procedimento

O circuito representado na figura 19 permite carregar o condensador até uma diferença de potencial igual à da fonte de tensão e depois descarregá-lo sobre a resistência de  $10\text{ M}\Omega$ .

1. Por que razão se coloca uma resistência de protecção? Ligar directamente um condensador descarregado ( $V = 0$ ) aos terminais de uma fonte de

tensão é equivalente, durante um tempo curto, a fazer um curto-circuito da fonte (ligar os seus terminais por um fio com uma resistência muito baixa). Porquê?

Montar o circuito indicado na figura 19 tendo em consideração os pontos seguintes:

- O valor da resistência de protecção deverá situar-se entre  $100\ \Omega$  e alguns  $k\Omega$ .
- O interruptor pode ser substituído, com vantagem, por um contacto que é quebrado no momento do início da contagem de tempo.
- A resistência de  $10\ M\Omega$  só será necessária se o voltímetro tiver uma resistência de entrada inferior a  $10\ M\Omega$  (muitos voltímetros digitais têm uma resistência de entrada de apenas  $1\ M\Omega$ ). Se assim for a diferença de potencial (d.d.p) lida no voltímetro deixa de ser igual à do condensador.

## 2. Porquê?

- A diferença de potencial (d.d.p.) da fonte de alimentação não pode ser superior à ddp máxima suportada pela interface ( $10\ V$ ).
- Escolher o programa de aquisição de dados na calculadora.
- Escolher o intervalo de tempo entre pontos e o número de pontos de forma a conseguir registar a curva de forma conveniente.
- Carregar o condensador, através do fecho do interruptor, durante alguns segundos.
- Começar a aquisição de dados e, logo que a interface comece a registar, abrir o interruptor.
- Guardar os dados da experiência.

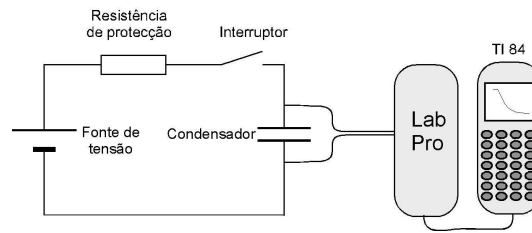


Figura 20: Esquema da montagem experimental.

- Traçar os gráficos da d.d.p. em função do tempo para análise dos resultados.
- Repetir a experiência para outros valores do condensador.

## Questões

A resistência de descarga do condensador ( $R_c$ ) é dada pela resistência interna do voltímetro, mais  $10\text{ M}\Omega$  se for utilizada esta resistência. O produto desta resistência pela capacidade do condensador ( $R_c C$ ) tem unidades de tempo.

3. Como pode ser obtido do gráfico este valor?

A equação da d.d.p. na descarga de um condensador sobre uma resistência  $R_c$  é dada pela expressão

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{R_c C}}.$$

4. Será possível uma transformação das variáveis  $t$  e  $V(t)$  cujo gráfico seja uma recta? Como se pode obter  $RC$  desse gráfico?
5. Usando a análise gráfica referida nos pontos anteriores, determinar a capacidade  $C$  do condensador.

## **Sugestões**

O interruptor pode ser substituído pelo contacto feito com uma banana durante o tempo necessário para carregar o condensador. Esta forma de interromper o circuito torna-se bastante prática para permitir esta interrupção simultânea com o arranque do cronómetro.

Actividade A49	Características $I - V$		
<i>Descrição</i>	A característica $I - V$ de um dispositivo. Efeito dos instrumentos de medida.	<i>Versão</i>	1.0
<i>Autores</i>	Projecto FARADAY	<i>Data</i>	26/01/2006

## Objectivo

Construir circuitos para determinação da característica  $I - V$  de dispositivos e identificar os problemas relacionados com a introdução dos instrumentos de medida.

## Material

- Dois multímetros digitais (escalas de mV a V como voltímetro e de mA a A como amperímetro);
- resistências variadas  $R \sim 100 \Omega - 1 k\Omega$ ;
- caixa de resistências variável  $1 \sim 30 \Omega$ ;
- pilha de 9 V;
- uma fonte de alimentação variável 12 V;
- fios e bananas de ligação eléctrica.

## Medir curvas $I - V$ com amperímetro e voltímetro.

Para medir a característica  $I - V$  de um dispositivo precisamos de:

- uma fonte de alimentação variável ou, em alternativa, uma fonte fixa com uma resistência variável em série, que permita variar a diferença de potencial (d.d.p.) nos terminais do dispositivo;

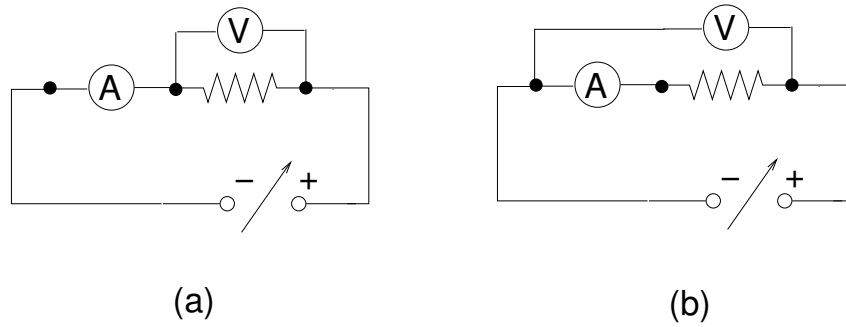


Figura 21: Nenhum destes circuitos mede, em rigor, a característica  $I - V$  da resistência. Porquê?

- dois multímetros, um a funcionar como amperímetro para medir  $I$  e o outro como voltímetro para medir  $V$ .

Mas existe um problema: qual dos circuitos da figura 21 devemos escolher?

- (a) Os dois circuitos da figura 21 estão representados de uma maneira simbólica. Começar por fazer uma esquema semi-realista dos mesmos circuitos.
- b) Num destes circuitos não se mede correctamente a diferença de potencial da resistência. Qual? Porquê?
- (c) No outro não se mede correctamente a corrente na resistência. Porquê?
- (d) Para que a corrente e d.d.p. medidas nestes circuitos seja iguais para o mesmo valor de tensão na fonte, que valores devem ter a d.d.p. e a corrente nos terminais do amperímetro e voltímetro, respectivamente?
- (d) Que montagens deveremos usar para medir a característica  $I - V$  de um amperímetro ou de um voltímetro? Nessas montagens existe o mesmo problema que no caso da resistência?

### Curva $I - V$ para os aparelhos de medida.

Proceder à montagem dos circuitos representados na figura 22. Um destes circuitos permite medir a curva  $I - V$  do amperímetro e o outro a do voltímetro.



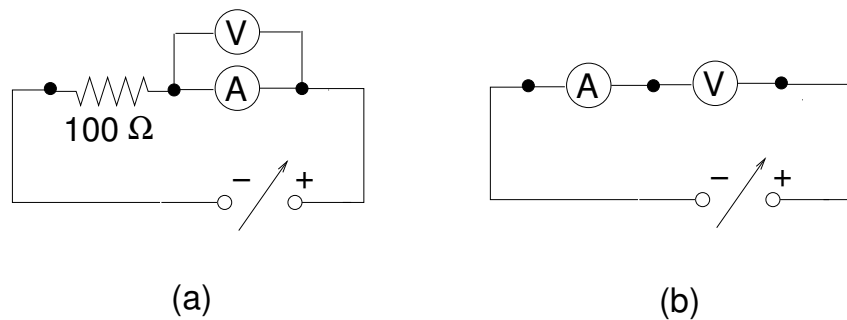


Figura 22: Como medir a característica  $I - V$  dos aparelhos de medida?

Como se irá ver nesta experiência, a resistência interna do amperímetro é apenas de alguns Ohms, pelo que a resistência de  $100\ \Omega$  colocada no circuito da figura 21 torna-se necessária para limitar a corrente fornecida pela fonte. Ao contrário a resistência interna do voltímetro é elevada ( $\sim M\Omega$ ) e uma resistência de protecção não é necessária.

- a) Variar a tensão da fonte e medir as curvas  $I - V$  destes dois aparelhos. Ter em atenção que estas curvas podem ter variações descontínuas ao mudar de escala de medida.
- b) Determinar as resistências internas do amperímetro e do voltímetro nas escalas utilizadas na alínea anterior.
- c) Para um amperímetro ou um voltímetro **ideais** as montagens da figura 22 medem exactamente a curva  $I - V$  da resistência. Quais são as resistências internas ideais de um amperímetro e de um voltímetro?

Voltemos agora ao circuito da figura 21.

- d) Se a resistência que se quer estudar tiver um valor semelhante ao da resistência interna do voltímetro, qual das montagens da figura 21 se deve escolher?
- e) E se a resistência tiver um valor parecido com o da resistência interna do amperímetro? Qual das montagens figura 21 deve ser usada?

## Característica de uma pilha de 9 V

A descrição do funcionamento de uma pilha do capítulo 11 sugere uma característica  $I - V$  do tipo:

$$V = \varepsilon - R_{\text{int}}I.$$

Pretende-se realizar uma experiência que permita estudar esta relação e medir quer a força electromotriz da pilha, quer a sua resistência interna. Para variar a corrente que passa na pilha variamos a resistência sobre qual ela descarrega. Nesta experiência, vamos usar resistências exteriores (de carga) relativamente baixas (da ordem de  $R_{\text{int}}$ ) e a pilha pode descarregar rapidamente. Podemos evitar isso introduzindo um interruptor que deverá ficar ligado apenas durante os intervalos de tempo estritamente necessários para fazer as medições.

- a) Resistências internas típicas de pilhas são da ordem de poucos Ohm. Usando uma resistência variável com  $R \sim 1 - 30 \text{ V}$  medir a d.d.p. no terminais de uma pilha de 9 V em função de respectiva corrente. Qual dos circuitos da figura 23 será o mais apropriado, b) ou c)?
- b) Representar  $V$  em função de  $R$  e obter do gráfico os valores de  $\varepsilon$  e  $R_{\text{int}}$ .
- c) Obter a seguinte expressão para a corrente que passa na resistência  $R$  do circuito da figura 23a:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_{\text{int}}}. \quad (6)$$

- d) Representar graficamente a potência dissipada na resistência externa, em função de  $R$ .
- e) Mostrar que a equação 6 implica que a potência dissipada no circuito externo da pilha é dada por:

$$P = VI = \frac{\varepsilon^2}{R + R_{\text{int}}} \left( 1 - \frac{R_{\text{int}}}{R + R_{\text{int}}} \right). \quad (7)$$

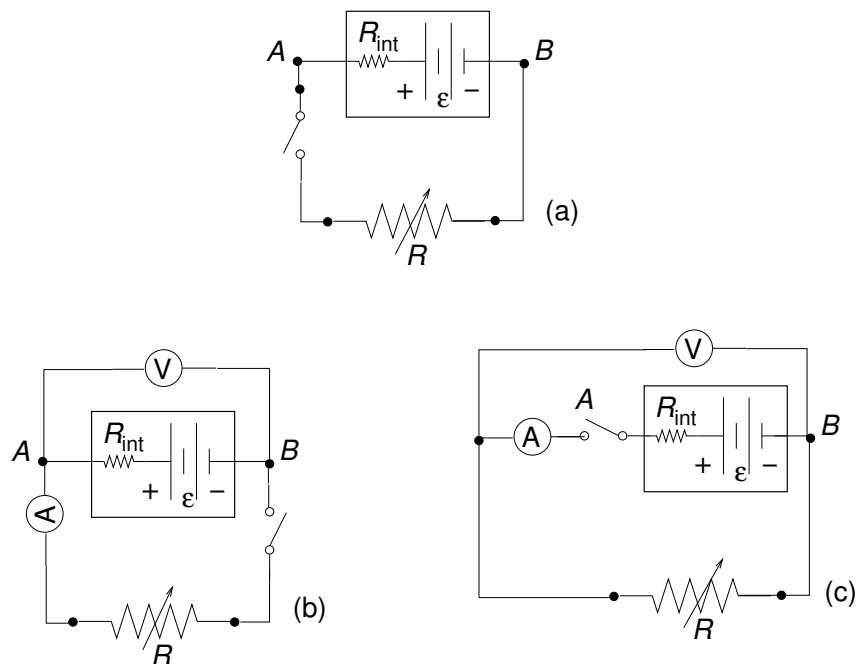


Figura 23: Como medir a característica  $I - V$  de uma pilha? Com o circuito b) ou c)?

Provar que o máximo de potência é obtido para  $R = R_{\text{int}}$ . Comparar o valor de  $R_{\text{int}}$  obtido da curva de potência com o obtido da característica  $I - V$ .

- f) Usando os parâmetros já determinados de  $R_{\text{int}}$  e  $\varepsilon$ , fazer um gráfico da expressão teórica da potência da pilha, em função de  $R$  e sobrepô-lo ao gráfico experimental. Comentar os resultados.
- g) Para que valor da resistência externa é que a pilha descarrega mais depressa? A potência dissipada na resistência externa é a potência total dissipada?



# Bibliografia

- [1] J.M.B. Lopes dos Santos. Introdução ao DataStudio e Logger Pro: programas de aquisição de dados. Projecto Faraday, Departamento de Física, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, 2004.