

Isabel Sofia Cardoso Marques

À Descoberta do Teorema de Pitágoras



Tese submetida à Faculdade de Ciências da Universidade do Porto para
obtenção do grau de Mestre em Ensino da Matemática

Departamento de Matemática Pura
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

2007

A todos os alunos, que me passaram e passam pelas mãos, e me fazem acreditar que o modo como se lecciona a Matemática faz toda a diferença.

Agradecimentos

A conclusão deste trabalho não teria sido possível sem a preciosa e fundamental ajuda de algumas pessoas, a quem eu não poderia deixar de assinalar os meus sinceros agradecimentos:

À minha orientadora, **Professora Doutora Rosário Pinto**, pelo seu sorriso, dedicação, paciência, liberdade, incentivo e companheirismo. Pela sua amizade, experiência, por todo o tempo e carinho que me disponibilizou, pelos meios e técnicas que me ensinou a utilizar e por ser, simplesmente, tão querida.

Com ela aprendi que, e fazendo minhas as palavras de Paulo Coelho, “*É justamente a possibilidade de realizar um sonho que torna a vida interessante.*”

Ao **Professor Doutor António Machiavelo**, pelo seu constante positivismo e simpatia, que desde os tempos da licenciatura, me apoiou nos momentos mais dolorosos, acreditando em mim e impulsionando-me a nunca desanimar.

Ao **André Arouca** por todo o seu apoio, optimismo e alta moral durante a execução deste trabalho. Pelo auxílio incondicional, principalmente nas fases “menos boas” por que passei... Um muito obrigada pela dedicação, paciência e tolerância.

À **Liliana Santos** amiga recente que se faz presente como amiga de longa data. Obrigada pela força, partilha e boa disposição, sem a qual teria sido muito mais penosa a recta final.

A todos os meus familiares e amigos, pela sua dedicação, carinho e presença. Por terem estado sempre lá para mim...

RESUMO:

Este trabalho foca o resultado e as aplicações do Teorema de Pitágoras nas civilizações antigas da Mesopotâmica, do Egito e da Grécia, procurando também a sua contextualização na cultura e nos conhecimentos matemáticos dessas civilizações.

ABSTRACT:

This work focus the evidence of the knowledge of Pythagoras Theorem as well as some of its applications in the Mesopotamic, Egyptian and Greek ancient civilizations, in the context of the culture and mathematical knowledge of those early societies.

Índice Geral

Agradecimentos	
Resumo	
Índice Geral	
Índice Pormenorizado	
Índice de Figuras	

À Descoberta do Teorema de Pitágoras

1. Mesopotâmia.....	1
2. Egipto	30
3. Grécia	52
Bibliografia	81

Índice Pormenorizado

1. Mesopotâmia	1
1.1. Introdução Histórico Temporal	1
1.1.1. Contextualização Geográfica	1
1.1.2. Os Vários Povos	2
1.2. A Matemática na Mesopotâmia	4
1.2.1. Exemplos de Artefactos Arqueológicos	4
1.2.2. Conteúdos Relevantes de Algumas Placas – A Placa de Larsa.....	5
1.2.3. A Plimpton 322 – Descrição	10
1.3. Teorema de Pitágoras	12
1.3.1. O Teorema de Pitágoras e a Plimpton 322 – Várias Interpretações.....	12
1.3.1.1. Interpretação de Neugebauer	12
1.3.1.2. Interpretação de Jöran Friberg.....	20
1.3.1.3. Interpretação de Leonor Robson	22
2. Egipto	30
2.1. Introdução Histórico Temporal	30
2.1.1. Contextualização Geográfica	30
2.1.2. O Povo	31
2.1.3. O calendário Egípcio	32
2.2. A Matemática no Egipto	33
2.2.1. Os vários tipos de escrita e numeração	33
2.2.2. Exemplos de Artefactos Arqueológicos	37
2.2.3. O Papiro de Rhind e o Papiro de Moscovo	38
2.3. Teorema de Pitágoras.....	47
2.3.1. A Pirâmide de Guiza	47
2.3.2. O Teorema de Pitágoras e as Pirâmides	50

3. Grécia	52
3.1. Introdução Histórico Temporal	52
3.1.1. Contextualização Geográfica	52
3.1.2. O Povo	55
3.2. A Matemática na Grécia Pré-Helénica	57
3.2.1. Tales de Mileto - A Escola Jónica	57
3.2.2. Pitágoras de Samos – A Escola Pitagórica	63
3.2.3. A Aritmética Pitagórica – Os números figurados	66
3.2.4. Descoberta dos Incomensuráveis – Geometria das Áreas	70
3.2.5. Teorema de Pitágoras – Demonstração	71
3.3. A Matemática na Grécia Helénica	72
3.3.1. Elementos de Euclides	72
3.3.2. Elementos de Euclides, livro I – Proposição 47	76

Índice de Figuras

Figura 1.1	Mapa Antiga Mesopotâmia	1
Figura 1.2	Mapa Actual zona da Mesopotâmia	2
Figura 1.3	Numerais na Antiga Babilónia	6
Figura 1.4	Fotografia da Placa de Larsa	8
Figura 1.5	Placa de Larsa	8
Figura 1.6	Fotografia da Plimpton	11
Figura 1.7	5ª Coluna da Plimpton	13
Figura 1.8	2ª Coluna da Plimpton	14
Figura 1.9	3ª Coluna da Plimpton	14
Figura 1.10	1ª Coluna da Plimpton	15
Figura 1.11	Triângulo Rectângulo	17
Figura 1.12	Triângulos rectângulos correspondentes aos dados da tabela	18
Figura 1.13	Triângulo Rectângulo	19
Figura 1.14	Triângulo Rectângulo	20
Figura 1.15	Placas YBC 7302 e YBC 11120	25
Figura 1.16	Rectângulo de lados com comprimento n e $\frac{1}{n}$	27
Figura 1.17	Utilização de geometria das áreas no rectângulo considerado.....	27
Figura 1.18	Gnomo correspondente ao rectângulo considerado	28
Figura 1.19	Quadrado de lado $\frac{1}{2}\left(n + \frac{1}{n}\right)$	28
Figura 1.20	Triângulo rectângulo considerado	29
Figura 2.1	Mapa Antigo Egipto	30
Figura 2.2	Mapa Actual Egipto	31
Figura 2.3	Primeiro sistema numérico	34
Figura 2.4	Representação do nº 276	35
Figura 2.5	Representação do nº 4622	35
Figura 2.6	Representação de $1/3$	35
Figura 2.7	Representação de $1/5$	35
Figura 2.8	Representação do nº $1/249$	36
Figura 2.9	Outro sistema numérico	36
Figura 2.10	Uma Representação de 2765	37
Figura 2.11	Outra Representação de 2765	37
Figura 2.12	Papiro de Moscovo	46
Figura 2.13	Da esquerda para a direita: Pirâmides de Quéops, Quéfren e Miquerinos	48
Figura 2.14	Mapa Pirâmides de Guiza	48

Figura 2.15	Planta Pirâmides de Guiza	49
Figura 2.16	Terno Pitagórico	51
Figura 3.1	Mapa Antiga Grécia	53
Figura 3.2	Mapa Actual Grécia	54
Figura 3.3	Tales de Mileto	57
Figura 3.4	Pitágoras de Samos	63
Figura 3.5	Pentagrama	65
Figura 3.6	Sequência dos primeiros números triangulares.	66
Figura 3.7	Sequência dos primeiros números quadrados.	67
Figura 3.8	Sequência dos primeiros números pentagonais.	67
Figura 3.9	Sequência de <u>uns</u> primeiros números rectangulares.	67
Figura 3.10	Sequência dos números quadrados divididos em números triangulares consecutivos. ...	68
Figura 3.11	Sequência de dois números quadrados consecutivos por junção de um número ímpar.	69
Figura 3.12	Triângulo ABC , rectângulo no vértice A	71
Figura 3.13	Demonstração do Teorema de Pitágoras	72
Figura 3.14	O Teorema de Pitágoras	77
Figura 3.15	O Recíproco do Teorema de Pitágoras	78