

# Tábuas de Mortalidade Contemporâneas e Prospectivas

Melânia Carvalho

Faculdade de Ciência Universidade do Porto

*melania.carvalho@i2s.pt/up200902689@fc.up.pt*

03 de outubro de 2013

# Tópicos

- 1 Tendências demográficas e consequências económicas
- 2 Tábua de Mortalidade
- 3 Bibliografia

# Tendências demográficas e consequências económicas

- Aumento da esperança média de vida;
- Redução na variabilidade da idade de óbito;
- Impacto nos sistemas públicos de protecção e segurança social:
  - Envelhecimento acentuado;
  - Diminuição da taxa de fertilidade;
  - Diminuição da relação entre os trabalhadores ativos e dependentes.

## Definição - Pay-as-you-go

Um sistema de reforma onde os beneficiários do plano decidem quanto querem contribuir, quer através de descontos nos salários ou contribuindo com uma certa quantia fixa.

# Tendências demográficas e consequências económicas

- **Setor público** - Conversão de planos de pensões de benefício definido em planos de contribuição definida, baseados em contas individuais em regime de capitalização.

## Definição - Regime de Capitalização

Processo de investimento ou reinvestimento dos juros de uma aplicação financeira. Durante o prazo de aplicação, os juros pagos após cada período de capitalização podem ser reinvestidos no próprio empréstimo (re-emprestados). Se forem re-emprestados, diz-se que os juros são capitalizados, porque passam a integrar o capital do próximo período de capitalização.

# Tendências demográficas e consequências económicas

- **Setor privado** - Consequências no *pricing* e no valor das responsabilidades financeiras das companhias de seguros e de resseguro e dos fundos de pensões com produtos que envolvem benefícios a longo prazo em caso de vida.

## Definição - *pricing*

Processo de atribuir um preço, automaticamente ou manualmente, aos pedidos de vendas e compras baseado em fatores, tais como: quantia fixa, diferença entre quantidades.

# Seguro de Vida

## Definição - Seguro de Vida

- Garante o pagamento ao beneficiário do seguro um capital ou renda pela morte da pessoa segura dentro de determinado prazo;
- Garante o pagamento de um capital ou renda à pessoa segura se esta se mantiver viva em determinada data.

# Renda

## Definição - Renda

Conjunto de valores (capitais) que se vencem (devem ser pagos) em momentos equidistantes no tempo.

## Definição - Renda Vitalícia imediata

A seguradora obriga-se a pagar à pessoa segura enquanto esta for viva a renda anual segura. O prémio é pago de uma só vez.

## Definição - Renda Vitalícia diferida

A seguradora obriga-se a pagar após o prazo de diferimento ( $P$ ) a renda anual segura enquanto a pessoa segura for viva.

# Tendências demográficas e consequências económicas

Os níveis de crescimento económico serão afetados devido:

- Modificação da dimensão e da estrutura da oferta de emprego;
- Acumulação de capital e a produtividade total dos fatores;
- Dimensão e composição da despesa pública;
- Comportamento do consumo e da poupança;
- Evolução dos mercados financeiros;
- Pressão sobre os sistemas de saúde e apoio social.

# O que é uma tábua de mortalidade?

## Definição - Tábua de mortalidade

A tábua de vida ou sobrevivência (*lifetable*) ou, como é usualmente reconhecida entre os atuários portugueses, tábua de mortalidade, é um modelo tabular de análise demográfica que sintetiza um conjunto de funções básicas que permitem analisar, numa determinada população o fenómeno de longevidade e efetuar juízos sobre a evolução da mortalidade.

# Classificação das tábuas de mortalidade

Classificação quanto à utilização de gerações reais ou fícticias:

- **Tábuas contemporâneas (transversais ou de momento):** assentam na análise cross-section de uma geração fictícia, que é sujeito às condições de mortalidade para cada idade (ou agrupamento de idades) num determinado periodo de tempo.
  
- **Tábuas geracionais (ou longitudinais):** assentam no cálculo das taxas de mortalidade averbadas por uma mesma geração, ou seja, por indivíduos nascidos no mesmo ano.

# Classificação das tábuas de mortalidade

Classificação considerando o tempo cronológico na elaboração e apresentação das tábuas:

- **Tábuas estáticas:** são tábuas unidimensionais onde as funções se reportam apenas à idade biológica.
  
- **Tábuas prospectivas (ou dinâmicas):** são tábuas bidimensionais em que todas as funções estão indexadas, em linha, pela idade biológica e em coluna, pelo ano de calendário (tempo cronológico).

## Construção da tábua geracional

Parte-se de um conjunto (*cohort*) de  $l_{\alpha}$  indivíduos nascidos no mesmo ano. O valor  $l_{\alpha}$  é chamado de raiz (*radix*) da tábua e toma, em geral valores convenientes de forma a facilitar a informação da tábua.

A informação recolhida permite a construção de uma tábua de mortalidade geracional, uma forma simples de representar a evolução de mortalidade no *cohort* ideal.

## Tábuas de Mortalidade Contemporâneas vs. tábuas de mortalidade prospectivas

A determinação do prêmio puro de um contrato de seguros do Ramo Vida assenta no princípio de equivalência, segundo o qual o valor atual esperado das prestações devidas pela seguradora deve ser igual ao valor dos prêmios puros da seguradora.

Ainda à poucos anos, os atuários baseavam os seus cálculos em tábuas contemporâneas.

## Alguns Conceitos Importantes

### Duração de vida restante

Seja  $T$  a variável aleatória positiva que representa a duração de vida de um indivíduo pertencente a uma dada população de referência. Defina-se a sequência de variáveis aleatórias  $T_x : x = 0, 1, 2, \dots, \omega$ , onde  $T_x$  simboliza a vida residual de um indivíduo que atinge a idade  $x$ .

### Função sobrevivência

Exprime a probabilidade de um indivíduo recém-nascido sobreviver pelo menos  $x$  anos.

$$S(\cdot): R_+ \mapsto [0, 1]$$

$$x \mapsto P(T_0 > x) = 1 - F_0(x)$$

onde  $F_0(x)$  representa a probabilidade do indivíduo recém-nascido perecer antes de atingir os  $x$  anos.

## Alguns Conceitos Importantes

### Quociente de mortalidade

As probabilidades de sobrevivência  $p_{x,t}(t \geq 0)$  e falecimento  $q_{x,t}(t \geq 0)$  são definidas, respectivamente por

$$p_{x,t} = P(T_x > t) = P[T > x + t | T > x] = \frac{P(T > x+t)}{P(T > x)}$$

e

$$q_{x,t} = P(T_x \leq t) = P[T \leq x + t | T > x] = 1 - p_{x,t}$$

O termo  $p_{x,t}$  define a probabilidade de um indivíduo vivo à idade  $x$  sobreviver até à idade  $x + t$ , enquanto que  $q_{x,t}$  determina a probabilidade de um indivíduo que atinge a idade  $x$  falecer antes de alcançar a idade  $x + t$ . Também conhecido como quociente de mortalidade.

## Alguns Conceitos Importantes

### Taxa de Mortalidade Instantânea

A taxa de mortalidade instantânea à idade  $x + t$  (força de mortalidade), representada por  $\mu_{x,t}$ , é definida pelo seguinte limite:

$$\mu_{x,t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[t \leq T_x < t + \Delta t | T_x > t]}{\Delta t}$$

# Alguns Conceitos Importantes

## Taxa de Mortalidade

$$m_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{E_{x,t}}$$

onde  $d_{x,t}$  e  $E_{x,t}$  denotam, respectivamente, o número de óbitos registado e a respectiva exposição ao risco. A taxa  $m_{x,t}$  exprime o número de óbitos por pessoa por ano, sendo por vezes denominada taxa central de mortalidade.

## Alguns Conceitos Importantes

### Número aleatório de falecimentos entre as idades $x$ e $x + t$

Seja  $T_{\alpha}^{(j)}$  a duração (aleatória) residual da vida do  $j$ -ésimo indivíduo,  $j = 1, \dots, l_{\alpha}$ . Admitamos que a probabilidade de sobrevivência de cada uma dos  $l_{\alpha}$  membros deste grupo é descrita por  $S(x)$ . O número de sobreviventes (de um conjunto inicial  $l_{\alpha}$ ) à idade  $x$  ( $x > \alpha$ ),  $L_x$  é dado por

$$L_x = \sum_{j=1}^{l_{\alpha}} l_x^{(j)} \quad , l_x^{(j)} = \begin{cases} 1 & , T_{\alpha}^{(j)} > (x - \alpha) \\ 0 & , T_{\alpha}^{(j)} \leq (x - \alpha) \end{cases}$$

E  $D_{x,t}$  é o número aleatório de falecimentos entre as idades  $x$  e  $x + t$ ,

$$D_{x,t} = L_x - L_{x+t}.$$

# Métodos paramétricos de graduação

## Graduação

Consiste, muito geralmente, no alisamento das estimativas brutas. A graduação compreende um conjunto de princípios e métodos mediante os quais um conjunto de probabilidades brutas é ajustado de modo a fornecer uma base adequada, quer para a realização de inferência estatística, quer para a realização de cálculos aplicados.

## Métodos paramétricos de graduação

- Estimação dos quocientes de mortalidade  $q_x$  num intervalo de idades considerado;
- Estimativas brutas dos parâmetros;
- Suavização.

**Desvantagem:** os métodos paramétricos induzem uma fonte de erro adicional, existe sempre risco de selecionar uma função paramétrica desadequada.

## Métodos não paramétricos de graduação

Divergem dos métodos paramétricos de graduação pelo facto de não reduzir a mortalidade a um conjunto reduzido de parâmetros.

# Modelos dinâmicos

- Mortalidade como fenómeno dinâmico;
- Utilização de modelos adequados para a construção de tábuas prospectivas (ou geracionais).

# Modelos dinâmicos

- Diagrama de Lexis;
- Modelo Lee-Carter.

# Bibliografia



Jorge Bravo (2007)

Tábuas de Mortalidade Contemporâneas e Prospectivas: modelos estocásticos, aplicações atuariais e cobertura do risco de longevidade

*Universidade de Évora*