

# ***Matemática***

# ***Música***

*Duas irmãs inseparáveis*

*Visita à Faculdade de Ciências da  
Universidade do Porto*

*05 de Maio de 2008*

# Índice

**Introdução.....02**

## **Desenvolvimento:**

*A Matemática.....03*

*A Música.....03*

### *A Sua Relação:*

*-Na divisão de tempos.....04*

*-Nos diferentes compassos.....05*

*-Na identificação de intervalos....06*

*-Na construção de escalas.....07*

*A Visita.....08*

### *"Matemático-músicos"*

*-Pitágoras.....09*

*-Mozart.....09*

**Conclusão.....10**

**Bibliografia.....10**

# ***Introdução***

Quem é que nunca ouviu a expressão "A Música é a irmã gémea da Matemática"?

De certeza que muita gente, mas a maioria não encontra qualquer relação entre as duas e pensa que essa expressão não tem qualquer significado ou sentido, mas na verdade até tem alguma lógica!...

Convido-vos a descobri-la nesta viagem.

## A Matemática

As origens da **Matemática** perdem-se no tempo. Os mais antigos registos matemáticos de que se tem conhecimento datam de 2400 a.C. Progressivamente, o homem foi reflectindo acerca do que se sabia e do que se queria saber. Algumas tribos apenas conheciam o "um", "dois" e "muitos". Os seus problemas do quotidiano, como a contagem e a medida de comprimentos e de áreas, sugeriram a invenção de conceitos cada vez mais perfeitos.

A matemática começou por ser "a ciência que tem por objecto a medida e as propriedades das grandezas".

Ao contrário do que muitos pensam, a matemática não consiste apenas em demonstrar teoremas ou em fazer contas, ela um autêntico tesouro para a civilização devido aos diversos conhecimentos envolvidos. E sabendo isso, actualmente poucos são os países em que não se cria matemática nova, publicando-se assim em todo o mundo alguns milhares de revistas exclusivamente de matemática

Podemos encontrar a Matemática um pouco por toda a natureza.

Poderemos ver um "segmento de recta" na aresta de um edifício, uma circunferência na ondulação da superfície da água, as sombras dos objectos representam figuras geométricas, na disposição das pétalas de uma flor podem encontrar-se simetrias, etc. Diz-se que o estudo aprofundado da natureza é a fonte mais rica das descobertas matemáticas.

## A Música

A **Música** constitui-se basicamente por uma sucessão de sons e silêncio organizada ao longo do tempo. Actualmente não se conhece nenhuma civilização que não possua manifestações musicais próprias. Embora nem sempre seja feita com esse objectivo, a música pode ser considerada como uma forma de arte, encarada por muitos como sua principal função. Também pode ter diversas utilidades, tais como a militar, educacional ou terapêutica (musicoterapia). Além disso, tem presença central em diversas actividades colectivas, como os rituais religiosos, festas e funerais.

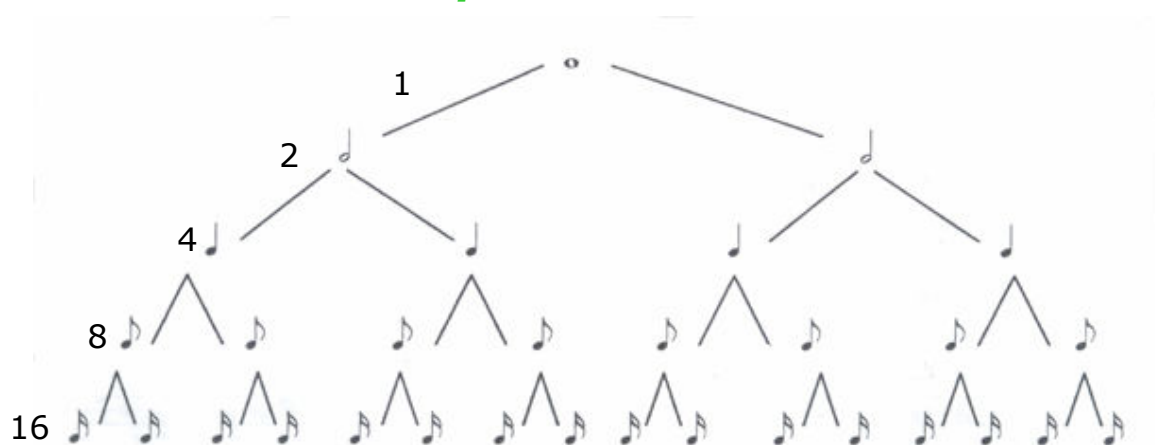
Há evidências de que a música é conhecida e praticada desde a pré-história. Provavelmente a observação dos sons da natureza tenha despertado no homem, através do sentido auditivo, a vontade de uma actividade que se baseasse na organização de sons. Embora nenhum critério científico permita estabelecer seu desenvolvimento de forma precisa, a história da música confunde-se, com a própria história do desenvolvimento da inteligência e da cultura humana.

## A sua Relação

Na idade média, a Música era vista como uma Ciência, por isso quem quisesse tirar o curso de Matemática também teria de aprender Música.

Esta relação foi-se perdendo há medida dos anos, mas ainda hoje, se repararmos, na Música, aparecem situações onde encontramos a dita Matemática:

### -Na divisão de tempos



Nesta imagem podemos observar uma tabela frequentemente utilizada em Música que representa a divisão dos tempos.

No cimo da tabela podemos observar uma figura rítmica à qual chamamos de "Semibreve". A Semibreve corresponde a **quatro tempos** num compasso de denominador quatro (como iremos ver mais á frente).

Por baixo encontramos as duas "Mínimas" que correspondem a **dois tempos** num compasso de denominador quatro.

De seguida deparamo-nos com as quatro "Semínimas" que correspondem a apenas **um tempo** num compasso de denominador quatro.

A seguir as oito "Colcheias" que correspondem a **meio tempo** cada num compasso de denominador quatro.

E finalmente as dezasseis "Semicolcheias" que equivalem a **um quarto de tempo** num compasso de denominador quatro.

Se examinarmos a tabela desta forma vamos chegar à conclusão que a semicolcheia é metade da colcheia, que por sua vez é metade da semínima e assim sucessivamente. Logo:

Semibreve = 1

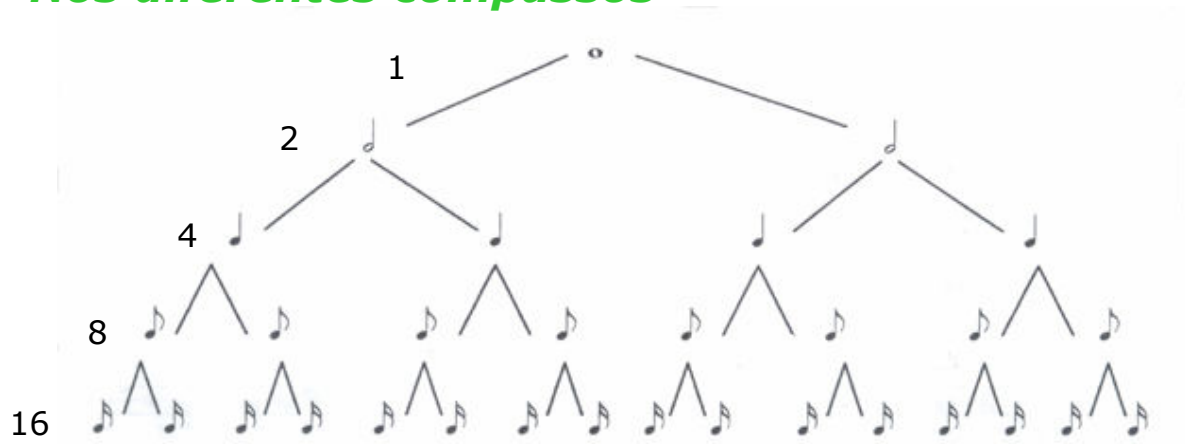
Mínima =  $\frac{1}{2}$

Semínima =  $\frac{1}{4}$

Colcheia =  $\frac{1}{8}$

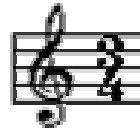
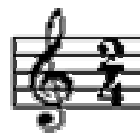
Semicolcheia =  $\frac{1}{16}$

## -Nos diferentes compassos



Analisando novamente a tabela podemos achar os diferentes compassos.

Os compassos mais utilizados são o quaternário, ternário e binário de denominador quatro (como vemos na imagem ao lado).



Para cada compasso há uma figura de base que é determinada pelo seu denominador. Neste caso o denominador é 4, portanto a figura de base é a semínima (semínima=1). Se o denominador fosse 2 a figura seria a mínima (mínima=1) logo, a semínima passaria a valer menos, ou seja meio tempo. Se o denominador fosse 8 a figura iria ser a colcheia (colcheia=1), assim a semínima aumentaria de tempo e passaria a valer dois tempos.

O numerador corresponde ao número de figuras base que podemos colocar em cada compasso. Por exemplo:

- No compasso binário que observamos na imagem podemos colocar duas figuras base (neste caso semínimas)
- No compasso ternário podemos colocar três figuras base
- Por fim no compasso quaternário podemos colocar quatro figuras base.

## **-Na identificação de intervalos**

Saiamos agora da parte rítmica para passar à parte melódica.

Os intervalos são os espaços que existem entre as notas.

Há intervalos de 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup>, etc. (apenas vou falar destes primeiros graus)

Os intervalos de 2<sup>a</sup> podem ser divididos em 3 partes:

- Maior
- menor
- Aumentada

A 2<sup>a</sup> M é formada por um intervalo de 2 notas com espaço de **um tom** (de Dó para Ré)

A 2<sup>a</sup>m é formada por um intervalo de **meio-tom** (de Si para Dó, como vamos ver mais abaixo)

A 2<sup>a</sup>A é formada por um intervalo de **um tom + meio-tom** (de Dó para Ré#)

Os de 3<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> podem ser divididos em 4 partes:

- Maior
- menor
- Aumentada
- diminuta

Estes intervalos são Maiores quando **não têm** intervalos de meio-tom no caso da 3<sup>a</sup> e quando **têm** um intervalo de meio-tom no caso da 6<sup>a</sup> e da 7<sup>a</sup>.

São menores quando têm um intervalo de meio-tom no caso da 3<sup>a</sup> e dois intervalos de meio-tom no caso da 6<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup>.

São Aumentadas quando têm mais meio-tom do que as Maiores.

E são diminutas quando têm menos meio-tom do que a menor.

Já os de 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> podem ser divididos em:

- Perfeita
- Aumentada
- diminuta

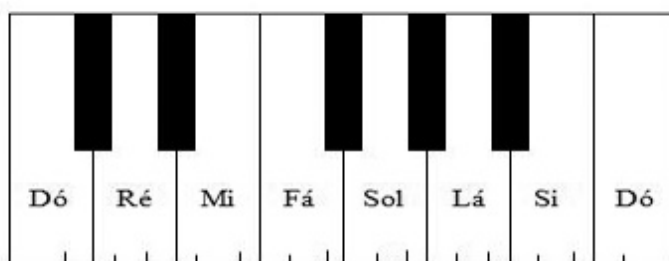
São Perfeitas quando têm um intervalo de meio-tom no caso da 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> e de dois meios-tons no caso da 8<sup>a</sup>.

São Aumentadas quando não têm intervalos de meio-tom.

E são diminutas quando têm dois meios-tons no caso da 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> e três meios-tons no caso da 8<sup>a</sup>.

## -Na construção de escalas

A escala mais conhecida é a escala de Dó Maior e quase toda a gente conhece as notas que a formam – Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, e Si.



Se olharmos para este teclado reparamos que entre Mi e Fá não existe tecla preta, assim como Si e Dó. Chegamos então à conclusão que entre os 3º e 4º graus e os 7º e 8º graus, para ser uma escala Maior tem de existir um espaço de meio-tom.

Para construir diferentes escalas utilizamos dois símbolos:

O Sustenido (representado pelo #)

O Bemol (representado por b)

O # sobe meio-tom á nota enquanto que o b desce.

Logo, para construir a escala de **Sol M** temos de alterar notas para que haja dois intervalos de meio-tom nos 3º e 4º graus e nos 7º e 8º graus.

Ficaria então Sol Lá Si Dó Ré Mi Fá# Sol e os meios-tons entre Si, Dó e Fá#, Sol.

Para construir escalas menores temos de achar a relativa, ou seja, se quisermos construir **Lá m** temos de achar a sua relativa que se encontra a uma **3ªm ascendente**. Neste caso a relativa de **Lá m** é **Dó M**. Portanto, a escala vai ser construída a partir da nota Lá mas com a armação de clave de Dó (que neste caso não tem # nem b)

Ficaria então Lá Si Dó Ré Mi Fá Sol Lá

Os meios-tons numa **escala menor natural** situam-se do 2º para o 3º grau e do 5º para o 6º grau.

Ainda há a **escala menor harmónica e melódica**.

A **menor harmónica** só tem uma diferença da escala natural: sobe-se meio-tom ao 7º grau (se não tiver alteração adiciona-se um



#, se tiver um # adiciona-se um X que corresponde a um duplo sustenido e se tiver um bemol adiciona-se um ♭ a quem chamamos de bequadro e que desfaz as alterações). Assim os meios-tons passam-se a situar do 2º para o 3º, do 5º para o 6º e do 7º para o 8º (deixando uma 2ªA do 6º para o 7º).

A **menor melódica** altera subindo o 6º e o 7º grau ascendentemente (↑) e torna-se natural descendentemente (↓). Os meios-tons, desta vez, encontram-se do 2º para o 3º e do 7º para o 8º ascendentemente e do 6º para o 5º e do 3º para o 2º descendentemente.

Digam lá se isto não é pura Matemática??

## A Visita

Na Faculdade havia uma espécie de xilofone de madeira em caracol. Tinha um género de barreira que ao princípio não sabíamos para que servia... Só então percebemos que a tal barreira era para que uma bola que iria percorrer o xilofone não caísse ao chão... Quando a professora largou a bola, esta "correu" o xilofone... Por cada tábua de madeira que percorria dava um som.

Quanto maior era a tábua mais grave era o som e as tábuas mais pequenas, quando percutidas, soltavam um som agudo.

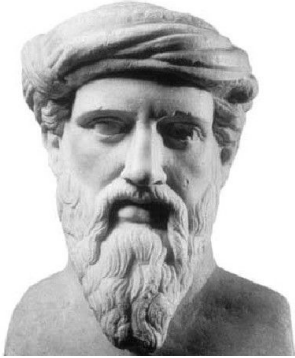
Nas flautas também ocorre este fenómeno. Quando tapamos maior quantidade de buracos (ou seja, aumentamos ao tubo) liberta um som grave e quanto menos buracos tapamos (diminuímos ao tubo) o som mais agudo fica.

Também havia tábuas cobertas com um pano vermelho para que a tábua não vibrasse e assim não reproduzisse som. Essas eram as pausas...



# "Matemático-músicos"

## -Pitágoras



Nenhum músico teve tanta importância no período clássico quanto Pitágoras. Conforme conta a lenda, Pitágoras foi guiado pelos deuses na descoberta das razões matemáticas por trás dos sons depois de observar o comprimento dos martelos dos ferreiros.

A ele é creditada a descoberta do intervalo de uma oitava como sendo referente a uma relação de frequência de 2:1, uma quinta em 3:2, uma quarta em 4:3, e um tom em 9:8.

Os seguidores de Pitágoras aplicaram estas razões ao comprimento de fios de corda em um instrumento chamado cãnon, ou monocórdio, e, portanto, foram capazes de determinar matematicamente a entonação de todo um sistema musical.

Os "pitagóricos" viam estas razões como governando todo o Cosmos assim como o som, e Platão descreve em sua obra, a alma do mundo como estando estruturada de acordo com estas mesmas razões. Para os pitagóricos, assim como para Platão, a música tornou-se uma natural extensão da matemática, bem como uma arte.

A matemática e as descobertas musicais de Pitágoras foram, desta forma, uma decisiva influência no desenvolvimento da música através da idade média na Europa.

## -Mozart

Mozart adorava matemática. Quando aprendeu os primeiros cálculos, rabiscou a sala inteira com giz. Chãos, paredes, poltronas, tudo ficou colorido com suas contas. Ele era assim, apaixonado por tudo o que aprendia. Fazia das obrigações um divertimento.

A matemática ajudou-o muito para o desenvolvimento musical. As sonatas clássicas aplicam o raciocínio lógico ao material sonoro para ampliá-lo. Três ou quatro movimentos que se contrastam, mas estão ligados quanto à tonalidade. Quem nunca ouviu que a música de Mozart é boa para o desenvolvimento matemático?



## ***Conclusão***

Adorei fazer este trabalho porque para mim tanto a Matemática como a Música são um prazer! Relacionar as duas foi engraçado, porque encaro com elas todos os dias e nunca tinha pensado desta forma.

Este trabalho foi pedido numa aula de Matemática quando fomos visitar uma exposição abordando esta disciplina na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Com ela aprendi que a Matemática tem muitos fins e que a podemos utilizar em muitas e variadas formas.

Espero que este trabalho tenha enriquecido de certa forma o seu conhecimento...

## ***Bibliografia***

Para realizar este trabalho retirei alguma informação da Internet, utilizando o motor de busca Google ([www.google.com](http://www.google.com)) e através do site Wikipédia ([www.pt.wikipedia.org](http://www.pt.wikipedia.org))